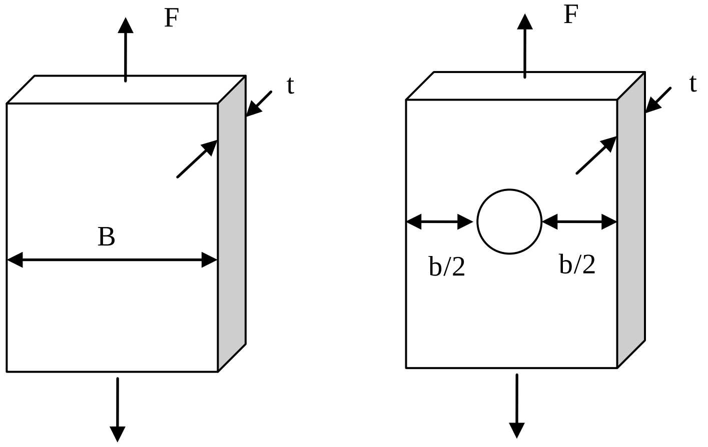
11. 応力集中係数と応力拡大係数

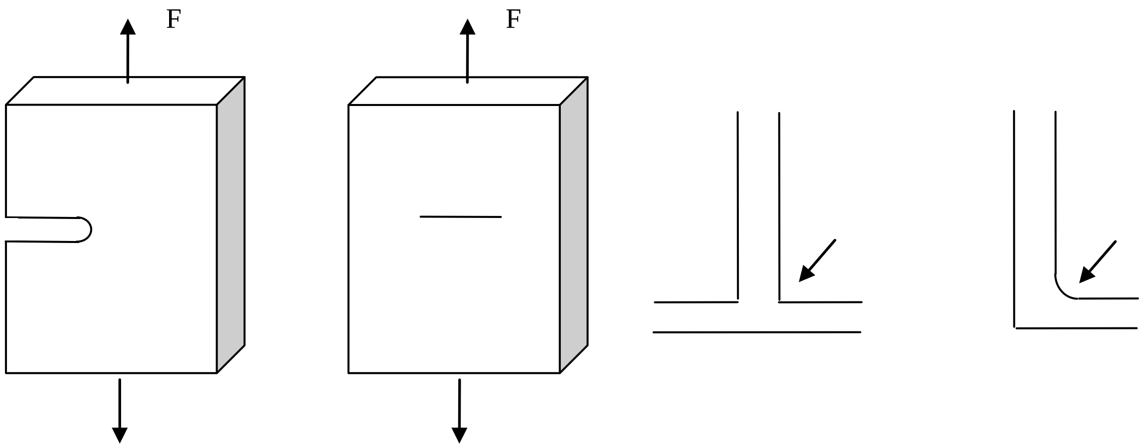
11.1 応力集中



a) 円孔なしモデル　　*b*) 円孔モデル

図 11-1　円孔の応力集中

図 11-1(*a*)のような平板を引っ張る場合、断面が一様ならば、応力値は $\sigma = F/Bt$ となる。もし、断面が一様でなく、図 11-1(*b*)のように、円孔などで一部分の断面積が小さくなると、最小断面に発生する応力は $\sigma_0 = F/bt$ と単純に均一にはならず、円孔周辺の応力が局所的に σ_0 より高くなる。このように、部材の形状が急激に変化する部分の近傍の応力が局所的に極めて高くなることがある。この現象を応力集中と呼ぶ。応力集中部分からの破壊が多いため、強度評価の際には重要となる。円孔の他、切り欠き（図 11-2(*a*)）、き裂（厚みがゼロとみなせる隙間、図 11-2 (*b*)）、角部（図 11-2(*c*)）などで応力集中が発生する。



a) ノッチ　　*b*) き裂　　*c*) 各種角部

図 11-2　代表的な応力集中部

応力集中の度合いを定義するためには､応力集中係数という指標が用いられている｡これは､最大応力を何らかの基準応力（例えば、図 11-1 の円孔を有する帯板の場合なら $\sigma_0=F/bt$）で割った値であり、 $\alpha = \sigma_{max}/\sigma_0$ で定義される。具体的な例をいくつか述べる。

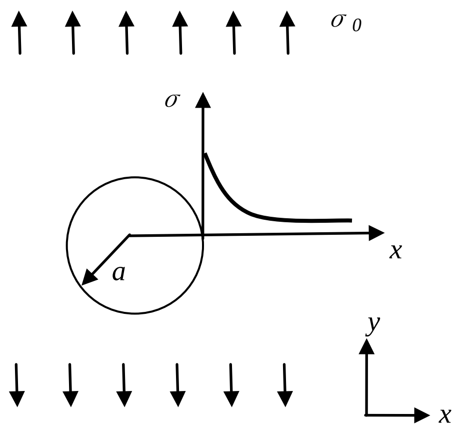


図 11-3　無限板中の円孔

図 11-3 は半径 a の円孔を含む無限大の板を無限遠方で等分布荷重 σ_0 で引っ張った場合である。この際の応力 σ_y の x 軸上での分布は、式(11-1)のようになる（別途弾性論等の計算から求まる）。

$$\sigma_y = \frac{\sigma_0}{2}\left(2 + \frac{a^2}{x^2} + 3\frac{a^4}{x^4}\right) \qquad 11\text{-}1 \quad (11\text{-}1)$$

円孔の表面 $x=a$ で応力は最大となり、 $\sigma_{max}=3\sigma_0$ が得られる。よって、応力集中係数は $\alpha=3$ である。一般に、応力集中係数は 2〜5 程度の場合が多い。

次に、図 11-4a)のような有限幅の帯板の応力集中係数を考える。帯板の幅を $2b$、厚さを h とする。縦方向(y 方向)には十分に長いものとし、荷重 P で引っ張る（等分布荷重に換算すると $\sigma_0=P/2bh$ となる）。円孔の縁で応力 σ_y は最大となり、 $\sigma_n=P/2(b-a)h$ を基準応力として用いると、応力集中係数 α は図 11-4b)のように、円孔の直径と板厚の比、a/b の関数として表される。a/b =0 の場合が、上述した無限平板中の円孔の応力集中で $\alpha=3$ となる、a/b が大きくなるほど α は減少し、円孔の直径が板幅の大きさに近づくと $\alpha=2$ になる。

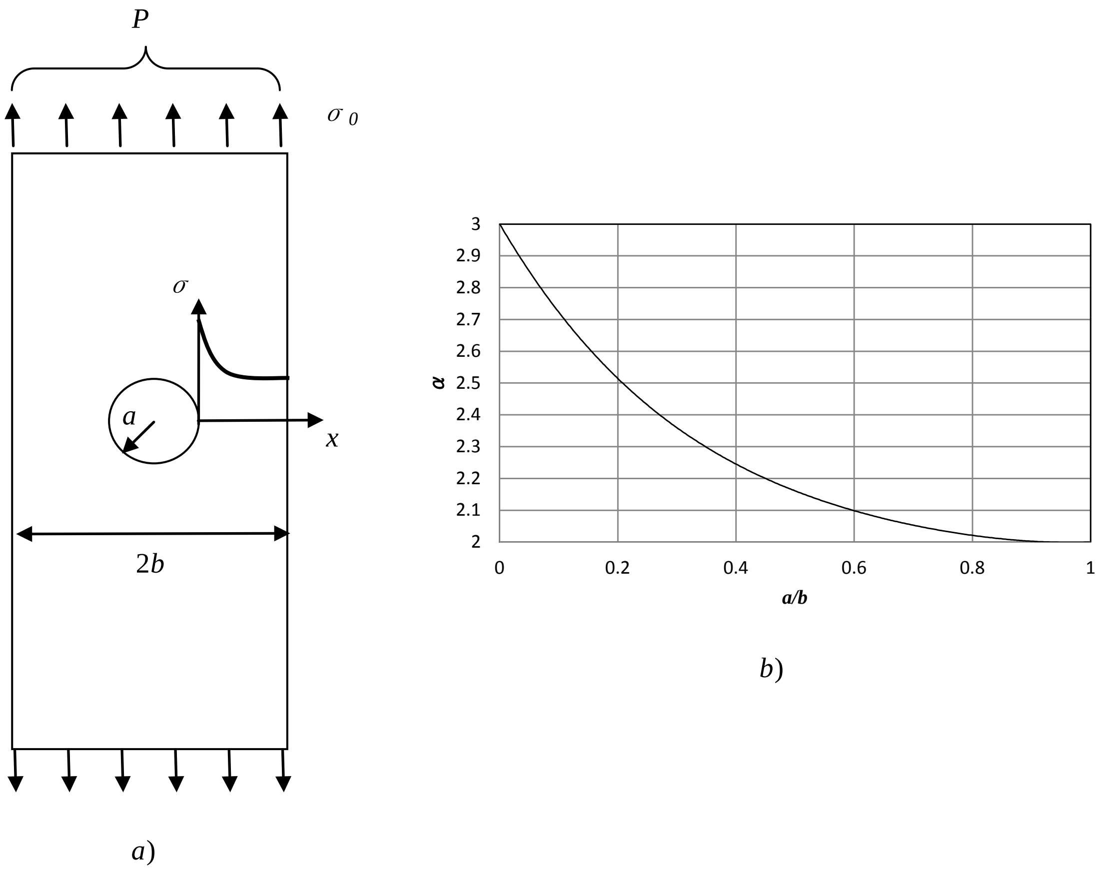


図 11-4　円孔を持つ帯板の引張り

図 11-5 はだ円孔まわりの応力集中の例で、先端の曲率半径 $\rho = b^2/a$ を使って、最大応力は、

$$\sigma_{\max} = \sigma_0 \left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}} \right) \quad \text{11-2} \quad \text{(11-2)}$$

となり、応力集中係数は

$$\alpha = \left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}} \right) \qquad \text{11-3} \quad \text{(11-3)}$$

となる。ρ が小さくなると α が急増することがわかる。