卒業論文

X線単純投影と流体構造連成解析を 用いた狭窄柔軟管内流れにおける 造影剤濃度勾配の評価

03170194 金子 凌太朗 指導教員 波田野 明日可 講師

目次

図目次	
表目次	
第 1 章 序論	
1.1 背景	
1.2 先行研究	<u> </u>
1.3 目的	
1.4 論文の構	载成
第 2 章 実験概	〔要9
2.1 実験装置	<u>1</u> 9
2.1.1 ポン	ィプ9
2.1.2 流量	計・圧力計11
2.1.3 X 絲	【循環器診断システム12
2.2 実験対象	٤13
2.3 実験手法	5
2.3.1 定常	*流と拍動流の切り替え14
2.3.2 造影	約の注入15
2.4 実験内容	۶15
2.4.1 流量	計の校正15
2.4.2 柔軟	、管の 3D 撮影16
2.4.3 造影	約動態の撮影16
第 3 章 解析手	送法
3.1 流体構造	ē連成解析19
3.2 計算手法	š
3.2.1 ALE	3 法19
3.2.2 支配	2方程式
3.2.3 連成	这手法
3.3 境界条件	=
3.3.1 流体	×境界面における自由度の縮退23
3.3.2 Win	dkessel モデル
3.4 メッシュ	制御手法
3.5 解析プロ	ログラムの流れ
3.6 造影剤動	1態の解析手法
3.7 解析モテ	^ع ر الراب
第 4 章 結果と	:考察

4	. 1	流量計の校正結果	
4	. 2	柔軟管の形状	
4	. 3	実験と流体構造連成解析	
	4.3.1	1 実験における流量計と圧力計の値	
	4.3.2	2 柔軟管両端の圧力差と出口抵抗値の推定	
	4.3.3	3 解析における流量と圧力	42
4	. 4	造影剤動態	47
	4.4.1	1 造影剤の注入量	47
	4.4.2	2 定常流でのX線単純投影動画と解析	48
	4.4.3	3 拍動流でのX線単純投影動画と解析	59
4	. 5	考察	70
	4.5.1	1 流体構造連成解析について	70
	4.5.2	 造影剤動態について 	71
第	5 章	結論	76
5	. 1	総括	76
5	. 2	今後の課題	77
参考	文献		78
謝辞	£		80

図目次

义	2-1	ギアポンプ	9
义	2-2	ギアポンプの仕組み	10
义	2-3	流量計	11
义	2-4	压力計	12
义	2-5	X 線循環器診断システム	13
义	2-6	矩形波状の電圧変化(左軸)と柔軟管入口の圧力変化(右軸)	14
义	2-7	流量計の校正の概略図	16
义	2-8	造影剤動態の撮影の装置全体	17
义	2-9	造影剤動態の撮影の概略図	17
义	2-10	X線単純投影動画の撮影のために使用した柔軟管	18
汊	3-1	3 要素 Windkessel モデル	25
义	3-2	プログラムの流れ	28
义	3-3	解析モデル	29
义	4-1	狭窄のない管を接続したときの流量計の値と実際の流量の関係	30
义	4-2	狭窄のある管を接続したときの流量計の値と実際の流量の関係	32
义	4-3	柔軟管の軸に沿った断面図	33
义	4-4	柔軟管の断面図	34
义	4-5	柔軟管狭窄部の断面図	34
义	4-6	柔軟管断面図の二値化	34
义	4-7	柔軟管狭窄部断面図の二値化	34
义	4-8	定常流を流したときの圧力計・流量計の値	35
义	4-9	圧力および流量のフーリエ解析結果	36
义	4-10	拍動流を流したときの圧力計・流量計の値	37
义	4-11	電圧と圧力・流量の関係	38
义	4-12	圧力のオーバーシュート	38
义	4-13	圧力のアンダーシュート	39
义	4-14	定常流における圧力の解析結果	43
义	4-15	定常流における流量の解析結果	43
义	4-16	拍動流における圧力の解析結果	45
汊	4-17	拍動流における流量の解析結果	45
义	4-18	拍動流解析における圧力と流量の関係	46
义	4-19	定常流での X 線単純投影動画(左)・造影剤動態解析(右)の比較	49
义	4-20	定常流に造影剤を流したときの明度	50

义	4-21	定常流での柔軟管入口の断面での造影剤濃度勾配	52
义	4-22	定常流での狭窄後4mmの断面での造影剤濃度勾配	52
义	4-23	定常流でのパーティクル生成確率	53
义	4-24	定常流での造影剤動態解析による濃度分布の変化	54
义	4-25	定常流での造影剤動態の実験と解析の比較	57
义	4-26	定常流での狭窄前 19 mm の断面のパーティクル数分布	58
义	4-27	定常流での狭窄後4mmの面のパーティクル数分布	59
义	4-28	拍動流でのX線単純投影動画(左)・造影剤動態解析(右)の比較	60
义	4-29	拍動流に造影剤を流したときの明度	61
义	4-30	拍動流での柔軟管入口の断面での造影剤濃度勾配	62
义	4-31	拍動流での狭窄後4mmの断面での造影剤濃度勾配	62
义	4-32	拍動流でのパーティクル生成確率	63
义	4-33	拍動流での造影剤動態解析による濃度分布の変化	64
义	4-34	拍動流での造影剤動態の実験と解析の比較	67
义	4-35	拍動流での狭窄前 19 mm の断面のパーティクル数分布	68
义	4-36	拍動流での狭窄後4mmの面のパーティクル数分布	69
义	4-37	定常流解析における流速の分布	72
义	4-38	定常流解析における流速の分布(狭窄部の拡大図)	73
义	4-39	定常流解析におけるパーティクルの分布	73
义	4-40	定常流解析におけるパーティクルの分布(狭窄部の拡大図)	73
义	4-41	拍動流解析における流速の分布	74
义	4-42	拍動流解析における流速の分布(狭窄部の拡大図)	74
义	4-43	拍動流解析におけるパーティクルの分布	74
义	4-44	拍動流解析におけるパーティクルの分布(狭窄部の拡大図)	74

表目次

表 2-1	柔軟管の形状と材料物性値	13
表 2-2	造影剤の粘度	15
表 2-3	流量計の校正のために使用した柔軟管の形状	16
表 2-4	X線単純投影動画の撮影のために使用した柔軟管の形状	18
表 4-1	狭窄のない管を接続したときの流量計の値と吐出された水量の関係	31
表 4-2	狭窄のある管を接続したときの流量計の値と吐出された水量の関係	32
表 4-3	流量計と圧力計の値	35
表 4-4	定常流解析における圧力と流量	44
表 4-5	拍動流解析における圧力と流量	46
表 4-6	造影剤の注入量	47

第1章 序論

1.1 背景

日本人の死因の多くを占めるものとして、心筋梗塞が挙げられる.この病気は、心臓に酸素を送る血管である冠動脈に狭窄病変が起こり、心臓壁が壊死することで発生する.心筋梗塞の適切な治療方法を選択するためには、狭窄の機能的重症度を正確に評価する必要がある.現在基本となっている狭窄の機能的重症度の評価方法としては、心臓カテーテル検査が挙げられる.これは、血管にカテーテルを挿入し狭窄部前後の圧力を計測し、その比 FFR

(Fractional Flow Reserve)を取ることで,狭窄の程度を評価する方法である.この方法では, 精度の高い評価を期待できる [1]が,侵襲性を伴うという点で問題がある.そこで,非侵襲 的な方法として,CT 画像を撮影し,造影剤濃度の勾配から狭窄率を推定する TAG

(Transluminal Attenuation Gradient) や,狭窄部の形状データを取得し狭窄率を推定する CCTA (Coronary Computed Tomography Angiography), CCTA で得た形状データをもとに数値 解析をすることで狭窄病変のある冠動脈の入り口の圧力と狭窄より下流の圧力の比 FFR を 推定することで狭窄による虚血の程度を評価する FFR-CT などの方法が考案されている [2] が,計算負荷や精度の観点では問題がある.そのため,CT 画像から狭窄の機能的重症度を 評価する際の計算負荷の軽減および精度の向上が求められている.

1.2 先行研究

狭窄病変部位における血流動態の解明のため,過去から実験と解析が行われている. 狭窄管内流れについての実験としては,Ahmed と Giddens が発表した,剛体管実験が挙 げられる.1983年の論文 [3]では,面積狭窄率25,50,75%のガラス管へレイノルズ数500 から2000までの定常流を流したときの速度分布や壁面せん断応力について報告している. また,1984年の論文 [4]では,平均レイノルズ数600の拍動流について,同じ実験系を用い た結果を報告している.これらの実験は,その後の数値解析の妥当性確認に用いられている. ガラス管ではなく柔軟管を用いた実験と比較した数値解析としては住吉谷 [5]のものが挙 げられる.この論文では,片山 [6]の開発した流体構造連成プログラムを基にして住吉谷が 狭窄柔軟管をモデルとした解析を行えるようにして,実験と比較することによりプログラ ムの妥当性を確認した.狭窄柔軟管の前に分岐を作り,冠動脈を模した実験系の各所で流量 や圧力の計測を行い,プログラムで計算された流量や圧力と概ね一致することを確認した.

解析による狭窄の度合いの評価としては、まず CCTA と FFR-CT の比較が行われた. Koo らの論文によれば、実測した FFR に対する精度は CCTA より FFR-CT の方が良いとされて

いる [7]. そこで, FFR-CT からのアプローチとして, Yoon らの論文が挙げられる [8]. こ の論文によると, 侵襲的な方法で実測した FFR に対し, FFR-CT は感度 81%, 特異度 94% と良い結果が得られている. しかし, モデリングの手間や人的労力がかかることが問題であ る [2]. そこで, より簡便な方法として TAG が注目されている. TAG からのアプローチと しては, Wong らの論文が挙げられる [9]. この論文によると, 実測した FFR に対し, 320 列 CT を用いた TAG は感度 77%, 特異度 74%と高い値となっている. しかし, この値につい て力学的な見地からの検討はされていなく, 狭窄と TAG 値の妥当性の関連は不明である.

また,造影剤動態の解明のための解析としては,住吉谷 [5]の後を引き継いだ波田野らの 論文 [10]が挙げられる.この論文では,冠動脈を想定した分岐システムモデルに造影剤を 溶かした血液を流す想定の流体構造連成解析を行い,狭窄部付近の造影剤濃度などについ て報告している.

このように, 狭窄のある柔軟管の CT 画像に写った造影剤の濃度勾配から流体の流速ベク トルや圧力を精度よく予測できるようにするために, 狭窄のある柔軟管内の流れについて 流速ベクトルや圧力を解析するプログラムが作られてきた. そのプログラムについては, 実 験との比較による妥当性確認がなされた. しかし, 狭窄柔軟管内流れに造影剤を流す解析も 行われたが, 狭窄のある柔軟管に造影剤を流したときの濃度について実験との比較による 解析の妥当性確認はされていない状況である. これは, 管に狭窄があるとき狭窄の後部で流 線が乱れ, 壁から剝離する領域で渦が形成される [11]こと, およびそれとともに管壁が振 動すること [12]に原因がある. CT 画像のフレームレートは 8 fps しかなく, 画像がぼやけ てしまい造影剤の流れを確認できないためである.

1.3 目的

本研究では、柔軟管の狭窄が造影剤動態に与える影響を明らかにすることを目的とする. そのために、狭窄血管を模擬した狭窄のある柔軟管を用いて造影剤動態を撮影する実験を 行い、実験条件に合わせた流体構造連成解析によって計算された造影剤動態と比較するこ とで、造影剤の濃度勾配の評価や、解析の妥当性確認を行う.

1.4 論文の構成

本論文の構成を以下に示す.

第1章「序論」では、本研究の背景と関連する研究、そこから導かれる課題と本研究の目的を述べる.

第2章「実験概要」では、本研究にて実施した実験の装置、対象とした柔軟管の形状と材料物性値、実験手法、および実施した実験の内容を述べる.

第3章「解析手法」では、本研究で使用した流体構造連成解析プログラムの概要、および 対象とした解析モデルについて述べる.

第4章「結果と考察」では、実施した実験の結果および解析結果をまとめ、実験と解析の 比較を通して考察する.

第5章「結論」では、本研究の総括および今後の課題について述べる.

第2章 実験概要

この章では、血管を模擬した柔軟管を用いた実験について、実験装置、実験対象である柔 軟管の形状や材料物性、実験手法、実験条件について述べる.

2.1 実験装置

本研究の実験装置は、柔軟管を、貯水容器、ポンプ、流量計、圧力計、排水容器から構成 される流路にアダプタを介して接続したものである.この流路に接続させているポンプの 吐出力を制御することで様々な条件で水を流しながら、造影剤を注入し X 線単純投影動画 を撮影できるような装置を組み立てた.

柔軟管や計測機器を接続するための流路には,外径 6 mm,内径 3 mm のシリコンチュー ブを使用した.なお,ポンプ前後のみポンプへの接続のため外径 6 mm,内径 4 mm のシリ コンチューブを使用し,コネクタで内径の違うシリコンチューブを接続した.

2.1.1 ポンプ

実験で使用したポンプは,定格電圧 24Vの DC モーターを動力源としたギアポンプ(ツ カサ電工, TG-85E-PU-DB4-KA,24V)である.



図 2-1 ギアポンプ

容積ポンプの場合,定量の流体を時間間隔を空けながら押し出す仕組みであるため,流体 を押し出している時間帯とそうでない時間帯が発生し,これによって吐出流は脈流となる. この脈流の大きさは,流体を送り出すポンプの機構の容積や,押し出す間隔に依存し,容積 が小さく間隔が短いほど定常流に近くなる.

ギアポンプは、下図のような歯車を DC モーターが回すことで流体を送る仕組みである. 歯車の歯のすき間に入った流体が歯車の回転に沿って送られる仕組みであるため、多量の 流体を送ることはできない.しかし、歯のすき間の容量は小さいことから、吐出側の流体が 脈流になりにくいという特徴がある.

今回の実験は血流をモデルとしているため流量は 300 mL/min 以内と少なく,定常流条件ではできるだけ脈流になりにくい方が良いため,ギアポンプを用いた.

なお,流量を周期的に上下させる拍動流を発生させるためには,電源電圧を上下させるこ とにより制御することにした.



図 2-2 ギアポンプの仕組み

DC モーターは直流可変電源(テクシオ, PFR-100L50)から電圧を印加されている. ポン プにかける電圧を上下させることでモーターの回転数を制御し,吐出量を変化させられる. この電源は予めプログラムをすることで周期的な電圧変化をさせることができ,それを利 用することで拍動流を作ることができる.

2.1.2 流量計·圧力計

使用した流量計および圧力計は以下のものである.

● 流量計

クランプオン式流量センサ キーエンス, FD-XS8 (センサヘッド), FD-XC8R1 (クラン プセット), FD-XA1 (コントローラー)

- ・定格流量 : 0 ~ 3000 mL/min
- ・ゼロカット流量 : 40 mL/min
- ・繰り返し精度 : 3 mL/min
- ・サンプリング周期 : 50 ms



図 2-3 流量計

● 圧力計

耐環境型デジタル圧力センサ キーエンス, AP-12S (センサヘッド), AP-V80 (アンプ)

- ・定格圧力範囲 :0~ 100 kPa
- ・圧力の種類 : ゲージ圧
- ・繰り返し精度 : 0.5 kPa
- ・サンプリング周期 :5 ms



図 2-4 圧力計

流量計は、流路であるシリコンチューブを囲むように設置するタイプで、流れ場に対する 影響はないと考えられる.

圧力計は,圧力を求めたい位置で流路を分岐させて設置した.流路の分岐には T 字型の コネクタを用い,流体の流れへの影響が少なくなるよう T 字の直線側を流路に利用した.

流量計, 圧力計ともに, その計測値に対応して4 ~ 20 mAの電流がアナログ出力される. その電流を 100 Ωの抵抗に流すことで 0.4 ~ 2.0 V の電圧に変化させ, モバイル型絶縁高電 圧入力レコーダ(キーエンス, NR-2000)で記録した.

2.1.3 X線循環器診断システム

X 線を用いた撮影には、東京大学本郷キャンパスの分子ライフイノベーション棟医療技術評価室にある X 線循環器診断システム(キャノンメディカル, Infinix Celeve-i INFX-8000C)を使用した. この装置では、X 線ビームを柔軟管に照射し、透過した X 線ビームを X 線平 面検出器で取り込むことで二次元のデジタル画像を取得できる. 照射側と取り込み側が C 形をした装置の片方の端ともう片方の端に配置されている. C 形をした装置が回転すること で複数の向きで撮影をし、CT 画像のような 3D 画像を構成することもできる. 流体中の造影剤動態の撮影では,柔軟管に造影剤を流して撮影した.使用した造影剤については後述する.

X線単純投影動画は 30 fps で撮影できるため, CT 撮影の 8 fps に比べて管の変位や振動の影響で動画がぼやける可能性が下がるという利点がある.



図 2-5 X線循環器診断システム

2.2 実験対象

今回の実験で使用したのは,血管を模擬したシリコンゴム製の管である.その形状と材料 物性値を以下に示す.

素材	シリコンゴム
ヤング率	0.3~0.5 MPa
内径/外径	3 mm/5 mm (厚さ1 mm)
長さ	70 mm

表 2-1 柔軟管の形状と材料物性値

狭窄部を形成する場合には、釣り糸(東レ、銀鱗1号)を用いて縛った.

実験時には,柔軟管の端から約7mmを固定冶具に接続して計測を行った.両端の固定冶 具間の距離は約55mmだった.

2.3 実験手法

2.3.1 定常流と拍動流の切り替え

本実験では、定常流と拍動流それぞれを流した.

定常流を流すためには、電源電圧を一定にし、ポンプのモーターの回転数を一定にするこ とで、吐出力を一定にした.電圧値は、柔軟管入口側の圧力の値を見ながら、目的の圧力に なるような電圧に設定した.

拍動流を流すためには、電源電圧を矩形波の形に変化させた.周波数は1 Hz, duty 比は 50%とした.電源電圧と、柔軟管入口の圧力の変化の関係を以下に示す.



図 2-6 矩形波状の電圧変化(左軸)と柔軟管入口の圧力変化(右軸)

2.3.2 造影剤の注入

造影剤を使用する実験では、流路中のポンプの直後に分岐を作り、そこから造影剤を注入 した.造影剤の注入時刻は、撮影時刻に同期させて行った.注入にはインジェクタを用い、 一定の速度で注入した.

使用した造影剤は富士製薬工業,オイパロミン 370 注であり,有効成分はイオパミドール,ヨードの含有量は 370 mg/mL である.この造影剤は粘度が高く,オイパミロンのほかの種類も含めた濃度と粘度の関係は以下の通りである.

	オイパミロン	オイパミロン	オイパミロン
	150 注	300 注	370 注
イオパミドール含有量	306.2 mg/mL	612.4 mg/mL	755.2 mg/mL
ヨード含有量	150 mg/mL	300 mg/mL	370 mg/mL
粘稠度	1.5 mPa • s	4.4 mPa • s	9.1 mPa • s

表 2-2 造影剤の粘度

なお,水の粘度は20℃で1.0 mPa・s である.

2.4 実験内容

各実験の目的と実験内容について述べる.

2.4.1 流量計の校正

流量計の計測原理の都合上,使用している流路の材質によって流量計の値と実際の流量 の値の対応が変化するため,実際の流量を測ることで対応を確認した.

一定時間定常流を流して流路出口から出てきた水を溜め、その重量から計算される体積 を実際の流量として、表示されていた流量計の値との対応をとった.これを、ポンプにかけ る電圧や接続する柔軟管を変化させながら、それぞれの条件で複数回行った.

以下に実験系の概略図を示す.なお,流路出口を大気圧開放とするため,容器の水面に流 路の出口が浸らないよう注意した.



図 2-7 流量計の校正の概略図

使用した柔軟管は,狭窄のない管と狭窄のある管の二種類である.狭窄のある管について, 以下に具体的な形状を示す.

	狭窄のある管
狭窄部の位置	上流から 28 mm
狭窄部の狭窄率	80%から 90%程度

表 2-3 流量計の校正のために使用した柔軟管の形状

2.4.2 柔軟管の 3D 撮影

実験に用いた柔軟管の形状を取得し狭窄率を求めるため,柔軟管の 3D 画像を撮影し,断 面の画像を取得した.

柔軟管は、水を内部に詰め、流速のない状態で撮影した. 3D 画像の撮影には、X 線循環 器診断システム(キャノンメディカル、Infinix Celeve-i INFX-8000C)を用いた. この装置で は、CT 装置のように X 線を発する部分と感知する部分が対象物の周りを回転しながら X 線 画像を撮影し、3D 画像に構成しなおす. そのため、X 線透過率によって輝度に差があらわ れ、柔軟管の内部まで構造を知ることができる.

2.4.3 造影剤動態の撮影

狭窄のある柔軟管に造影剤を流したときの挙動を取得するため,実際に造影剤を流して X 線単純投影動画を撮影した.

造影剤の注入量は X 線単純投影動画での輝度に関連がある.注入量が少なすぎると造影 剤の有無による明度の差が小さくなるため造影剤の流れが見えにくくなり,多すぎると低 い濃度で真っ黒になってしまうため観測可能な濃度の範囲が小さくなってしまう.また,注 入時間が短いと拡散現象や流体による撹拌による影響により濃度が下がってしまう.これ らを考慮し,注入時間および注入量は,撮影時に造影剤動態が見やすいよう調整した. 同時に,柔軟管の入口側に流量計,入口側と出口側にそれぞれ圧力計を設置し,流量と圧力を記録した.実験系の概略を以下の図に示す.なお,流路出口を大気圧開放とするため, 容器の水面に流路の出口が浸らないよう注意した.



図 2-8 造影剤動態の撮影の装置全体



図 2-9 造影剤動態の撮影の概略図

定常流を流すときは、柔軟管の上流の圧力計は5kPaになるようにポンプにかける電圧を 設定した.5kPaとしたのは、単位を変えると38mmHgとなり血圧としてはかなり低いが、 流量が少なく流速が遅いため、動画のフレームごとの造影剤先端の移動距離が短くなり、造 影剤濃度の上がり方を細かく観察できると考えたためである.なお、5kPaにするために電 源電圧にかけた電圧は10.1Vだった.

また,拍動流を流すときは,圧力がおよそ0kPaから5kPaまで変化するように電源電圧の変化を設定した.そのために,低い電圧が0V,高い電圧が7Vとなるように電源電圧を 矩形波状に変化させることにした. 狭窄のある柔軟管について,狭窄の具体的な形状を以下に示す.

	75%狭窄管		
狭窄部の位置	上流から 26 mm		
狭窄部の狭窄率	75%程度		

表 2-4 X線単純投影動画の撮影のために使用した柔軟管の形状



図 2-10 X線単純投影動画の撮影のために使用した柔軟管

第3章 解析手法

3.1 流体構造連成解析

血管を模擬した柔軟管は柔らかいため, 流体力によって変形する. 一方, 管が変形すれば, 流体の流れの境界条件が変わるため, 影響を受ける. そのため, 柔軟管内の流れ場の解析を 行うためには, このような流体と構造体の相互作用を考慮した流体構造連成解析が必要で ある.

本研究では,先行研究 [6]や [5]にて開発された流体構造連成解析プログラムを用いた. この章では,それらに基づいて解析プログラムについてまとめている.

3.2 計算手法

先行研究 [6]では, ALE 有限要素法による流体構造連成プログラムが開発された. そのプ ログラムの計算手法について示す. なお,本節は文献 [13]を参考にした.

3.2.1 ALE法

流体構造連成問題では、物質表示である Lagrange 表示を用いると、流れによってメッシュ形状が時間とともに大きく変化し座標がもつれてしまうため、解析が不可能となる.一方、空間表示である Euler 表示を用いると、流体と構造の境界面を追跡できなくなる.そこで、物体の変形や流動とは無関係に座標を表示できる参照表示を用いて解析を行っている.なお、参照表示は ALE 表示とも呼ばれる.

以下, Lagrange 座標系, Euler 座標系, ALE 座標系を X, x, x と表して式を書く.

まず、各座標系における時間導関数を考えると、以下のようになる.

● Lagrange 座標系

$$\frac{\partial A(\boldsymbol{X},t)}{\partial t} \tag{3-1}$$

● Euler 座標系

$$\frac{\partial A(\boldsymbol{x},t)}{\partial t} \tag{3-2}$$

式(3-1),式(3-2)はそれぞれ物質時間導関数,空間時間導関数と呼ばれる.

物質時間導関数は、速度を用いて以下のように表せる.

$$\frac{\partial A(\mathbf{X},t)}{\partial t} = \frac{\partial A(\mathbf{x},t)}{\partial t} + v_i \frac{\partial A(\mathbf{x},t)}{\partial x_i}$$
(3-3)

$$v_i = \frac{\partial x_i(\mathbf{X}, t)}{\partial t} \tag{3-4}$$

一方, χ_i座標系に基づく *A* の速度を考えることもでき, それを用いると物質時間導関数 は以下のようにも表せる.

$$\frac{\partial A(\boldsymbol{X},t)}{\partial t} = \frac{\partial A(\boldsymbol{\chi},t)}{\partial t} + w_i \frac{\partial A(\boldsymbol{\chi},t)}{\partial \chi_i}$$
(3-5)

$$w_i = \frac{\partial \chi_i(\mathbf{X}, t)}{\partial t} \tag{3-6}$$

ここで,

$$\hat{v}_i = \frac{\partial x_i(\boldsymbol{\chi}, t)}{\partial t}$$
(3-7)

とおくと, A座標が x_iの場合,式(3-5)は以下のように変形できる.

$$v_j = \hat{v}_j + w_i \frac{\partial x_j(\boldsymbol{\chi}, t)}{\partial \chi_i}$$
(3-8)

よって、式(3-5)の右辺第2項は以下のように変形できる.

$$w_i \frac{\partial A(\boldsymbol{\chi}, t)}{\partial \chi_i} = w_i \frac{\partial x_j(\boldsymbol{\chi}, t)}{\partial \chi_i} \frac{\partial A(\boldsymbol{\chi}, t)}{\partial x_j}$$
(3-9)

$$= \left(v_j - \hat{v}_j\right) \frac{\partial A(\boldsymbol{\chi}, t)}{\partial x_j}$$
(3-10)

以上より,式(3-5)は以下のように変形できる.

$$\frac{\partial A(\mathbf{X},t)}{\partial t} = \frac{\partial A(\mathbf{\chi},t)}{\partial t} + (v_i - \hat{v}_i) \frac{\partial A(\mathbf{\chi},t)}{\partial x_i}$$
(3-11)

この式において $\hat{v} = v$ ならば、右辺第一項は物質時間導関数となり、また、 $\hat{v} = 0$ ならば、 右辺第一項は空間時間導関数となる. したがって、ALE座標系は Lagrange座標系と Euler座 標系のどちらにもなりうる座標系だと言える.

有限要素法に ALE 座標系を適用すると,速度 がメッシュの速度となる. それを時間変化する流体と構造の境界面に合わせることで,境界面の追従をしつつ解析を進めることが可能となる.

次に, Reynolds の輸送方程式を導く.

$$\frac{\partial}{\partial t}\Big|_{X}\int_{V_{X}}AdV_{X} = \frac{\partial}{\partial t}\Big|_{X}\int_{V_{X}}AJdV_{X}$$
(3-12)

$$= \int_{V_X} \frac{\partial}{\partial t} \Big|_X A J dV_X$$
(3-13)

$$= \int_{V_X} \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} \Big|_X + \frac{A}{J} \left. \frac{\partial J}{\partial t} \right|_X \right\} J dV_X$$
(3-14)

$$= \int_{V_{X}} \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} \Big|_{X} + \frac{A}{J} \left| \frac{\partial J}{\partial t} \right|_{X} \right\} dV_{X}$$
(3-15)

$$= \int_{V_x} \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} \right|_X + A \operatorname{div} \boldsymbol{v} \right\} \mathrm{d} V_x \tag{3-16}$$

$$= \int_{V_x} \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} \right|_x + v_i \frac{\partial A}{\partial x_i} + A \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right\} dV_x$$
(3-17)

$$= \int_{V_x} \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} \right|_x + \frac{\partial (Av_i)}{\partial x_i} \right\} dV_x$$
(3-18)

この式に Gauss の発散定理を適用すると, Euler 表記での Reynolds の輸送方程式が導かれる.

$$\frac{\partial}{\partial t}\Big|_{X}\int_{V_{X}}AdV_{X} = \int_{V_{X}}\frac{\partial A}{\partial t}\Big|_{X}dV_{X} + \int_{S_{X}}Av_{j}n_{j}\,dS_{X}$$
(3-19)

ALE 座標系においても同様の式変形をすることで、ALE 表記での Reynolds の輸送方程式 が導かれる.

$$\frac{\partial}{\partial t}\Big|_{X}\int_{V_{\chi}}AdV_{\chi} = \int_{V_{\chi}}\frac{\partial A}{\partial t}\Big|_{\chi}dV_{\chi} + \int_{S_{\chi}}Aw_{j}\hat{n}_{j}dS_{\chi}$$
(3-20)

3.2.2 支配方程式

この章では、解析プログラムに使用されている支配方程式を示す.

支配方程式は流体領域,構造領域それぞれ存在し,ここでは前節で導いた式を用いて ALE 座標系に直して示す.

流体領域の支配方程式

本研究における解析対象の流体は水なので,非圧縮性ニュートン流体とみなせる.なお, 本研究が対象としている冠動脈において流体は血液であるが,水ではなく血液を対象とし た解析を行う場合でも,冠動脈の血管の直径は数ミリメートルである一方,血液中の成分の 中で最大のものである白血球の直径は数十マイクロメートルであり、成分に対して管径は 十分に大きいため、血液をニュートン流体とみなしても問題ないと考えられる.(参考文献 [14])

流体領域における支配方程式は、連続の式と Navier-Stokes 方程式である.

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \tag{3-21}$$

$$\rho_f \left\{ \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} \right|_{\boldsymbol{x}} + (\boldsymbol{v}_i - \hat{\boldsymbol{v}}_i) \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial x_i} \right\} = \nabla_{\boldsymbol{x}} \cdot \boldsymbol{T}_f + \rho_f \boldsymbol{g}$$
(3-22)

$$\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{f}} = -p\boldsymbol{I} + 2\mu\boldsymbol{D} \quad , \quad D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \tag{3-23}$$

構造領域の支配方程式

本研究における構造体はシリコンゴム製であり非線形弾性体であるが,変形が微小であ るため線形弾性体と仮定した.

構造領域における支配方程式は、平衡方程式である.

$$\rho_{0s} \left(\frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2} \right|_X \right) = \nabla_X \cdot (\boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{F}^T) + \rho_{0s} \boldsymbol{g}$$
(3-24)

$$\boldsymbol{S} = \lambda \ \mathrm{tr}(\boldsymbol{E})\boldsymbol{I} + 2\mu\boldsymbol{E} \tag{3-25}$$

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right)$$
(3-26)

3.2.3 連成手法

流体構造連成のために,境界面に適用した条件を示す. まず,流体と構造の境界面では,以下の固着条件が適用される.

$$\boldsymbol{v}_f = \boldsymbol{v}_s \tag{3-27}$$

また,境界面では平衡条件を満たす.

$$\boldsymbol{T}_f \cdot \boldsymbol{n}_f + \boldsymbol{T}_s \cdot \boldsymbol{n}_s = 0 \tag{3-28}$$

重み付き残差法を用いて,平衡方程式の弱形式化を行う.境界面の整合性を考慮して,流体と構造ともに *δu*, *u* に由来する弱形式化を用いる.ここでは,文献 [15]を参考にしている.

$$\int_{\Omega_{f}} \delta \boldsymbol{v} \cdot \rho_{f} \left\{ \frac{\partial \boldsymbol{v} \left(\boldsymbol{\chi}, t \right)}{\partial t} + (\boldsymbol{v} - \hat{\boldsymbol{v}}) \cdot \nabla_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{v} \right\} d\Omega + \int_{\Omega_{f}} D(\delta \boldsymbol{v}) : \sigma_{f} d\Omega$$
$$+ \int_{\Omega_{f}} \delta \boldsymbol{v} (\nabla_{\boldsymbol{x}} \cdot \boldsymbol{v}) \, d\Omega + \int_{\Omega_{0s}} \delta \dot{\boldsymbol{u}} \cdot \rho_{0} \ddot{\boldsymbol{u}} d\Omega_{0} + \int_{\Omega_{f}} \dot{\boldsymbol{E}} (\delta \dot{\boldsymbol{u}}) : S_{s} d\Omega_{0}$$
$$= \int_{\Omega_{f}} \delta \boldsymbol{v} \cdot \rho_{f} g d\Omega + \int_{\Omega_{0s}} \delta \dot{\boldsymbol{u}} \cdot \rho_{0s} g d\Omega_{0} + \int_{\Gamma_{f,t}} \delta \boldsymbol{v} \cdot t \, d\Gamma \qquad (3-29)$$

流体構造連成の境界面では、境界条件を満たすとすると、以下のように節点変数ベクトル を定義することができる.

$$\varphi^{fs} = \begin{cases} v_i^s \\ v_c \\ v_i^f \\ p \end{cases} , \quad U^s = \begin{cases} U_i^s \\ U_c \\ 0 \\ 0 \end{cases}$$
(3-30)

ここで、vは流速、Uは変位、pは不定静水圧を示す.また、上付き文字のsは構造部、 f は流体部を示し、下付き文字のcは境界面で共有される連成部、i は流体と構造の互いに 独立な非連成部を示す.この節点変数ベクトルを用いると、以下のように流体構造連成解析 の支配方程式を表せる.

^t $M^{fs} \cdot \Delta \dot{\varphi}^{fs} + {}^{t}C^{f} \cdot \Delta \varphi^{fs} + {}^{t}K^{s} \cdot \Delta U^{s} = {}^{t}F - {}^{t}Q^{fs}$ (3-31) この式を, Newton-Raphson 法により解き, Newmark- β 法によって時間積分を実行し解析 を行う.

3.3 境界条件

3.3.1 流体境界面における自由度の縮退

流入口,流出口において単純に自然境界条件を与えると,流速の乱れなどを生じ解析が困難になる.また,後述のWindkesselモデルと接合する際には,流出口での代表流速および代表圧力が必要となる.そこで,境界面での流速と圧力をそれぞれ代表流速v_{sur}とそのプロファイル関数Ψで表すことにした.

縮退する表面における流速と圧力は、以下の通り表される.

$$\boldsymbol{v} = \Phi \boldsymbol{v}_{sur} \tag{3-32}$$

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{p}_{sur} \tag{3-33}$$

次に、プロファイル関数の有限要素離散化と縮退について考える.

流速v とその補間関数N, 圧力p とその補間関数M を用いて以下のように流速と圧力が 離散化されている.

$$v_j = N^r v_j^r \tag{3-34}$$

$$p = M^t p^t \tag{3-35}$$

ここで, 流速のプロファイル関数および圧力のプロファイル関数も, 同じ補間関数を用い て離散化する.

$$\Phi = N^r \Phi^r \tag{3-36}$$

$$\Psi = M^r \Psi^r \tag{3-37}$$

以上より、流速と圧力を以下のように表せることがわかる.

$$v_j^r = \Phi^r v_{sur} \tag{3-38}$$

$$p^t = \Psi^t p_{sur} \tag{3-39}$$

ここで,流速のプロファイル関数は位置ベクトルから流速の方向ベクトルを返すベクトル関数であり,そのプロファイルには Poiseuille 流れを想定した管中心を軸とした放物面を用いている.

また, 圧力のプロファイル関数は位置ベクトルからスカラーを返すスカラー関数であり, そのプロファイルは境界面全体で同じ値を持つものである.

以上の自由度縮退により, 流速の乱れを生じる問題を解決できたこととともに, 解析に必要な自由度を減らすこともできた.

3.3.2 Windkessel モデル

心臓から各方面に送られる血液は、血管壁の摩擦などの抵抗を受ける.また、血管は柔軟 な組織であるから、拍動的な圧力を受けることによって拡張と収縮を繰り返し、心臓から拍 出された血流を連続的なものにする.これは、一種のコンデンサであると考えることができ る.

Windkessel モデルでは、血流の流量を電流、血圧を電圧ととらえ、血流現象を電気回路に 置き換えて考えるアナロジーである.これを用いることで数学的に流出口での流速と圧力 を関係づけることができる.

Windkessel モデルは要素数によって分類されるが、本研究のプログラムでは抵抗2つとコ ンデンサ1つによって構成される3要素 Windkessel モデルを用いている.以下の図は、3要素 Windkessel モデルを示したものである.



図 3-1 3 要素 Windkessel モデル

 R_1 , R_2 は血管の抵抗を表し, Cは弾性血管の効果を表すコンデンサの容量を表す. 回路方 程式は次のようになる.

$$P = P_1 + P_2 \tag{3-40}$$

$$I = \frac{P_1}{R_1}$$
(3-41)

$$=\frac{P_2}{R_2} + C\frac{dP_2}{dt}$$
(3-42)

これらの式を整理すると、以下の式を得る.

$$\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)I + CR_1\dot{I} - C\dot{P} - \frac{P}{R_2} = 0$$
(3-43)

このモデル化により、流出境界面における流量と圧力の関係式が導かれた.

なお,今回の実験においては,出口側の圧力計よりも下流においては流れをせき止めるような要素はなく,シリコンチューブの膨張と収縮は小さいと考えられることから,コンデン

サ要素はないものとし、3 要素 Windkessel モデルにおける $R_2 \ge C$ の値は 0 であると考える ことにした. R_1 のみ実験結果から求めた.

次に,有限要素モデルとの接続を考える.流出口では,流速,圧力ともに自由度が縮退されているから,以下の式が成り立つ.

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{v}_{out} \tag{3-44}$$

$$p = \Psi p_{out} \tag{3-45}$$

今回はポアズイユ流れを仮定しているので,**Φ**には放物面状の関数,**Ψ**には一様の関数を 用いている.

$$\boldsymbol{\Phi} = -\mathbf{n} \frac{r^2}{\pi R^2} \quad , \quad \Psi = 1 \tag{3-46}$$

Windkessel モデルの電流 I と電圧 P はそれぞれ流出口の流量と圧力を表しているので、電流 I, 電圧 P と出口の流速v, 表面力fの関係はモデル領域の内向きの単位法線ベクトルを \mathbf{n} とすると次式で表される.

$$I = \int_{\boldsymbol{\Omega}_{out}} -\boldsymbol{\nu} \cdot \boldsymbol{n} ds = -\boldsymbol{\nu}_{out} \int_{\boldsymbol{\Omega}_{out}} \boldsymbol{\Phi} \cdot \boldsymbol{n} ds = \boldsymbol{\nu}_{out}$$
(3-47)

$$\boldsymbol{f} = \int_{\boldsymbol{\Omega}_{out}} -P\boldsymbol{\Phi}ds = -P \int_{\boldsymbol{\Omega}_{out}} \boldsymbol{\Phi}ds = P\boldsymbol{n}$$
(3-48)

式(3-47)を式(3-43)に代入すると、以下の式を得る.

$$\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)^{t+\Delta t} v_{out} + C R_1^{t+\Delta t} \dot{v}_{out} - C^{t+\Delta t} \dot{P} - \frac{t+\Delta t}{R_2} = 0$$
(3-49)

ただし、左上の添え字は時間ステップを示す.

次に, \dot{P} と P の関係を考える. ここでは,以下の通りパラメータを γ とした Newmark 法 を用いる.

$${}^{t+\Delta t}P = {}^{t}P + \Delta t \{ \gamma^{t+\Delta t} \dot{P} + (1-\gamma) {}^{t} \dot{P} \}$$
(3-50)

以上の式およびf = Pnの関係を用いると、境界面の変数^{t+ Δt} v_{out} とその面に働く表面力 fに関する方程式を得る.

$$^{t+\Delta t}\boldsymbol{f} = \frac{R_1 + R_2}{1 + \frac{CR_2}{\gamma\Delta t}} {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{v}_{out} \boldsymbol{n} + \frac{CR_1R_2}{1 + \frac{CR_2}{\gamma\Delta t}} {}^{t+\Delta t} \dot{\boldsymbol{v}}_{out} \boldsymbol{n} + \frac{\frac{CR_2}{\gamma\Delta t}}{1 + \frac{CR_2}{\gamma\Delta t}} {}^{t}\boldsymbol{f} + \frac{CR_2\frac{1-\gamma}{\gamma}}{1 + \frac{CR_2}{\gamma\Delta t}} {}^{t}\boldsymbol{f}$$
(3-51)

この式を他の支配方程式と連立させて解くことで、Windkessel モデルとの接続を行える.

3.4 メッシュ制御手法

ALE 解析においては、大きな変形のある場合などでメッシュの歪みが大きくなると、計算の収束性の低下や計算の破綻が起こる.よって、メッシュの歪みが起こらないようにするため流体領域のメッシュ制御が必要である.本研究においても、管の膨張や収縮、管壁の振動が起こり大きく変形する場合が考えられるため、メッシュ制御を取り入れた.

本研究で使用したプログラムでは,流体領域のメッシュ制御に弾性体スムージングを用いている.具体的には,以下のような仕組みである.

流体構造連成解析のある時間ステップにおいて反復計算処理を行う際,流体領域を一時 的に線形弾性体として取り扱い,有限要素法にてつり合いを解くことで,管の変形に沿って 流体領域のメッシュの座標を移動させている.その次に,その前の回の反復計算からの管壁 のシェル要素の各節点の変位を取得し,その変位を線形弾性体領域の表面の節点に変位境 界条件として与えたものについて解き,その結果得られた各節点の座標をその反復計算に おけるメッシュの座標として計算する.

3.5 解析プログラムの流れ

解析プログラムの流れは下の図のようになっている.



図 3-2 プログラムの流れ

3.6 造影剤動態の解析手法

造影剤動態の解析を高い精度で行うためには,造影剤の移流と拡散の両方を考慮した移 流拡散方程式を解くべきであるが,本研究においては,造影剤動態は流体の流れ場に影響を 及ぼさず,造影剤の移動は拡散効果に比べ移流効果が支配的であると仮定し, Particle-trace 解析を用いることとした.

Particle-trace 解析では、粒子(パーティクルトレーサー)を造影剤濃度の上昇と合わせて 流入させ、各粒子をその座標のその時刻における流速ベクトルに従って移動させることで、 造影剤動態を表している.造影剤濃度は、単位体積あたりの粒子数だと考えられる.

今回の解析では,流体構造連成解析で各時刻の流速ベクトルを出力したデータを基に,実 験での造影剤濃度の上昇に比例させた確率で解析モデルの流入境界面に粒子を生じさせる ようにした.粒子生成確率は,その時刻での造影剤濃度および軸方向流速に比例するよう定 義されている.粒子が流出境界面から流出方向に向かったとき,その粒子の追跡を終了し消 去することとした.

3.7 解析モデル

本研究で使用した解析モデルは、実験における柔軟管のうち取り付け冶具の部分を除いたものを想定し、内径 3 mm、外径 5 mm、長さ 60 mm、ヤング率 0.3 MPa、ポアソン比 0.45、密度 9.7×10² kg/m³ の管とした.狭窄部は、前から 17 mm~23 mm の間に cos カーブで表現した. cos カーブを用いた形状は、先行研究 [4][10][5]でも使用されているものである.面積狭窄率が 80 %のモデルで解析を行った.このモデルの要素数は 21726、節点数は 112580である.解析モデルの形状の図を以下に示す.

流体の物性値は、水を想定し、密度 9.982×10² kg/m³、粘性係数 0.001 とした.

図 3-3 解析モデル

第4章 結果と考察

4.1 流量計の校正結果

結果を,以下の表に示す. なお,水の密度は1.0 kg/m³ として計算した.

● 接続した柔軟管に狭窄のない場合

狭窄のない柔軟管を接続した場合の,流量計の値と吐出された流量の関係を以下に示す.



図 4-1 狭窄のない管を接続したときの流量計の値と実際の流量の関係

慶遊委庁(れ)	流量計の値	吐出された水の	卦测时間(a)	実際の流量
電源電圧(V)	(ml/min)	質量(g)	計測時间(s)	(ml/min)
3.00	44.0	37.1	60	37.1
3.00	43.8	36.3	60	36.3
3.00	42.5	36.2	60	36.2
6.00	108.7	92.4	60	92.4
6.00	110.6	92.2	60	92.2
6.00	110.8	92.2	60	92.2
9.00	171.2	146	60	146.0
9.00	171.5	148	60	148.0
9.00	171.6	146	60	146.0
12.00	227.5	98.2	30	196.4
12.00	228.0	99.6	30	199.2
12.00	229.2	99.2	30	198.4
15.00	277.0	125	30	250.0
15.00	271.3	125	30	250.0
15.00	270.3	126	30	252.0
18.00	329.5	151	30	302.0
18.00	328.0	151	30	302.0
18.00	329.0	151	30	302.0
21.00	394.5	120	20	360.0
21.00	393.5	122	20	366.0
21.00	394.5	119	20	357.0
24.00	452.2	136	20	408.0
24.00	453.9	136	20	408.0
24.00	455.0	138	20	414.0

表 4-1 狭窄のない管を接続したときの流量計の値と吐出された水量の関係

● 接続した柔軟管に狭窄のある場合

狭窄のある柔軟管を接続した場合の,流量計の値と吐出された流量の関係を以下に示す.

<i>表近まて(</i> M)	流量計の値	吐出された水の	⇒□、沢山市七月月(、)	実際の流量
電源電圧(V)	(ml/min)	質量(g)	計測时间(S)	(ml/min)
6.00	50.1	36.1	60	36.1
6.00	48.8	35.5	60	35.5
6.00	47.8	35.2	60	35.2
9.00	63.4	49.1	60	49.1
9.00	59.0	46.9	60	46.9
9.00	57.9	46.3	60	46.3
12.00	72.0	57.9	60	57.9
12.00	70.0	57.1	60	57.1
12.00	69.0	54.0	60	54.0

表 4-2 狭窄のある管を接続したときの流量計の値と吐出された水量の関係



図 4-2 狭窄のある管を接続したときの流量計の値と実際の流量の関係

狭窄のない場合とある場合では,流量計の値と実際の流量の対応を線形近似した場合の 係数がそれほど変わらないことが分かった.よって,以下の実験では,より対応できる流量 の幅が広い狭窄のない管の線形近似を用いる.xを流量計の値,yを実際の流量としたとき の関係式を以下に示す.

$$y = 0.9294x - 8.0302 \tag{4-1}$$

4.2 柔軟管の形状

造影剤動態の撮影に用いた柔軟管の3D画像の撮影結果を示す.

まず,柔軟管の軸に沿った断面図を示す.



図 4-3 柔軟管の軸に沿った断面図

この断面図から,柔軟管は外見だけでなく内部も狭窄していて,狭窄部前後はゆるやかな カーブを描いていることがわかる.

次に,狭窄率を確認する.柔軟管の軸に垂直な面での断面図から管内部の面積を計算する ことで,面積狭窄率を求めた.ただし,撮影した 3D 画像はぼやけており管内部の定義がは っきりしないため,二値化の操作を行った.二値化の際は,まず狭窄部でない面で管の外径 5 mm,内径 3 mm と比例して外径 5 :内径 3 となるような閾値で二値化を行った.次に, 同じ閾値を用いて狭窄部の二値化を行った.狭窄部は,管内部の面積が最も小さい面とした.

左側に狭窄部ではない面での断面図,右側に狭窄部での断面図を示す.上が元の画像,下 が二値化画像である.



図 4-4 柔軟管の断面図



図 4-5 柔軟管狭窄部の断面図





図 4-6 柔軟管断面図の二値化 図 4-7 柔軟管狭窄部断面図の二値化

狭窄部でない面で二値化した画像の内部は 99 ピクセル,狭窄部の内部は 26 ピクセルだった.よって,面積狭窄率は(99-26)/99 = 74% である.

4.3 実験と流体構造連成解析

4.3.1 実験における流量計と圧力計の値

柔軟管入口側の圧力,出口側の圧力,流量は以下の通りである.

表 4-3 流量計と圧力計の値

宝融冬州	定常流	拍動流	
天破末任	平均	最大値	最小値
入口側の圧力計	5.02 kPa	6.2 kPa	-1.5 kPa※1
出口側の圧力計	3.48 kPa	5.4 kPa	-0.6 kPa※1
流量計	164.0 mL/min	117.6 mL/min	₩2

※1は、計器の定格範囲外であるため、参考値である.

※2は,流量が少なかったためゼロカット流量の範囲内になってしまったことから,データなし.

式(4-1)より、流量は以下の通り換算される.

定常流 : 164.0 mL/min → 144.4 mL/min

拍動流 : 117.6 mL/min → 101.3 mL/min

まず定常流について、以下に流量や圧力の時間変化を示す.


定常流については、モーターにかける電圧を一定としていて、流量や圧力もほぼ一定になるという結果を得た.

ただし、流量、圧力とも小さいブレが生じていた.これは、ギアポンプの脈流である可能 性がある.それを確認するために、まず圧力計の値および流量計の値についてフーリエ解析 を実施した.周波数と振幅の関係は以下の通りである.



図 4-9 圧力および流量のフーリエ解析結果

左の軸が入口圧力,出口圧力のフーリエ変換の振幅,右の軸が流量のフーリエ変換の振幅 である.この結果より,圧力と流量はともに約 11.3 Hz で振動していることが分かった.場 所によらず同じ周波数で振動していることから,その場所特有の原因ではないと推定され る.11.3 Hz の脈流が発生するときモーターの回転数は 5.7 rps であり,定格 24 V のモータ ーに 10.1 V の電圧を印加したときの回転数として標準的だと考えられるから,ギアポンプ のギアの回転が作る脈流であると推定される. 次に拍動流について、以下に流量や圧力の時間変化を示す.



図 4-10 拍動流を流したときの圧力計・流量計の値

拍動流の流量計の値では、ゼロカット流量である 40 mL/min について式(4-1)を用いて換算した 29.15 mL/min(4-1)以下のデータが欠損している.

拍動流については、モーターにかける電圧は矩形波状に変化させたが、流量や圧力の変化 は矩形波状にならなかった.

まず圧力の波形が電圧同様の矩形にならない原因については、オーバーシュートやアン ダーシュートが生じているためである.そのことを確認するために、同じ実験系を用いた別 の実験を行った.別の実験では、柔軟管入口側の圧力と流量に加え、ポンプに印加している 電源電圧を記録した.電源電圧には、まず矩形波を3拍与えたあと、定常状態になってから 上向きのステップ関数を与え、また定常状態になってから下向きのステップ関数を与えた. なお、流路などの設置環境が異なるため、流路における損失が変わり、圧力や流量の値は一 致していない.





図 4-13 圧力のアンダーシュート

圧力計の 0 kPa 未満が定格圧力の範囲外であるため特にアンダーシュートについてデー タのとれなかった時間があるが,オーバーシュートとアンダーシュートについては,過渡応 答が 0.5 秒より長く続いていることが分かった.よって,圧力の波形はオーバーシュートと アンダーシュートが連続的につながったものであり,0kPa~3kPa付近での一時的な停滞も オーバーシュートやアンダーシュートの一部であると分かった.

次に,流量と圧力のピークの時刻を比べると,流量の方が圧力より遅れていることが分かった.これは,シリコンチューブの内径が圧力に応じてわずかに変化することで,コンデンサのような役割を果たしているためと考えられる.

4.3.2 柔軟管両端の圧力差と出口抵抗値の推定

この章では、参考文献 [16]を参考にしている.

● 管摩擦損失について

ρを流体の密度, λを摩擦損失係数とする.

内径 d, 長さ l, 断面積 A の円管に流量 Q の流体が流れているとき, 圧力損失は以下のように表せる.

$$dp = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho \bar{u}^2}{2} \tag{4-2}$$

ただし,

$$\bar{u} = \frac{Q}{A} \tag{4-3}$$

である. ムーディー線図によると、Re が小さく層流であるとき λ は λ = 64/Re と表せるので、これを式(4-2)に代入すると、

$$dp = \frac{64}{Re} \frac{l}{d} \frac{\rho \bar{u}^2}{2} \tag{4-4}$$

$$=\frac{32\mu l\bar{u}}{d^2}\tag{4-5}$$

となる.

今回の実験では、Q \leq 200 mL/min, A \geq 3.14 mm², d \leq 2 mm, ν = 0.01 cm²/s なので、

$$Re = \frac{\bar{u}d}{\nu} = \frac{Qd}{A\nu} \le 2.1 \times 10^3 \tag{4-6}$$

より Re が十分小さく層流であると考えられるから、 $\lambda = 64/\text{Re}$ が成立する.よって、管 摩擦損失の計算のためには、式(4-5)を用いることにする.

● 急拡大損失について

管の断面積が急拡大する場合,急拡大部で剥離した流れが広がって再び流路を満たすようになる.そのときの圧力損失は,管の断面積が A₁ から A₂ に拡大するとすると,

$$dp = \zeta \frac{\rho \bar{u}_1^2}{2} \tag{4-7}$$

$$\zeta = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \tag{4-8}$$

である.

治具から流出する流れは急拡大の流れと考えられるから、この式を用いる. $A_1/A_2 = 0.44$ なので、

$$\zeta = (1 - 0.44)^2 = 0.31 \tag{4-9}$$

となる.

● 急縮小損失について

管の断面積が急縮小する場合,急縮小部で流れは剝離を生じ,再付着するまで広がり流れ 領域を形成する.そのときの圧力損失は,管の断面積が A₁ から A₂ に縮小するとすると,

$$dp = \zeta \frac{\rho \bar{u}_2^2}{2} \tag{4-10}$$

いまA₂/A₁ = 0.44 なので、参考文献 [16] p.414 の表 9-2 から、 ζ = 0.27 となる.

全体での圧力損失

定常流を流した実験では、流量計の値は 164.0 mL/min だった.よって、式(4-1)を用いると、流量は 144.4 mL/min となる.

水の粘性係数 μ は 0.001 Pa·s なので,入口側のシリコンチューブ (d = 3 mm, l = 20 mm) での管摩擦損失は,

$$dp_l = 24.2 \ [Pa]$$
 (4-11)

であり、 冶具 (d = 2 mm, l = 15 mm + 41 mm = 56 mm) での管摩擦損失は、

$$dp_i = 343.2 \ [Pa]$$
 (4-12)

である. d = 2 mmから 3 mm への急拡大損失は1か所あたり

$$dp = 90.8 \ [Pa]$$
 (4-13)

であり, d = 3 mmから 2 mm への急縮小損失は 1 か所あたり

$$dp = 79.1 \ [Pa]$$
 (4-14)

である.よって,柔軟管上流の圧力計から柔軟管までの全体の圧力損失は,

$$24.2 + 343.2 + 90.8 \times 2 + 79.1 = 628 \ [Pa] \tag{4-15}$$

である.入口側圧力計の値は 5.02 kPa だったので,柔軟管入口での圧力は 4.39 kPa であると推測できる.

同様に、柔軟管から柔軟管下流の圧力計までの圧力損失は 628 [Pa] である.

また,拍動流の場合は最大圧力と最大流量の時刻が異なったが,柔軟管入口の圧力が最大になるのは最大圧力の時刻であると考えられるので,その時刻の流量を用いて上記の定常流での圧力損失と同様の計算を行う.その時刻での流量計の値は 86.5 mL/min だったので,式(4-1)を用いると,流量は 72.4 mL/min となる.

入口側のシリコンチューブ (*d* = 3 mm, *l* = 20 mm) での管摩擦損失は,

$$dp_l = 12.1 \ [Pa]$$
 (4-16)

であり、冶具 (d = 2 mm, l = 15 mm + 41 mm = 56 mm) での管摩擦損失は、 $dp_i = 172.1 [Pa]$ (4-17)

である. d = 2 mmから 3 mm への急拡大損失は 1 か所あたり

$$dp = 22.8 \ [Pa]$$
 (4-18)

であり, d = 3 mmから 2 mm への急縮小損失は1か所あたり

$$dp = 19.9 \ [Pa]$$
 (4-19)

である.よって,柔軟管上流の圧力計から柔軟管までの全体の圧力損失は,

$$12.1 + 172.1 + 22.8 \times 2 + 19.9 = 250 \ [Pa] \tag{4-20}$$

となる.入口側圧力計の値の最大値は 6.2 kPa だったので,柔軟管入口での圧力の最大値は 6.0 kPa であると推測できる.

同様に、柔軟管から柔軟管下流の圧力計までの圧力損失は253 [Pa]である.

● 出口抵抗值

R1の値を実験結果より求めた.

抵抗値 R₁と圧力,流量の関係は以下の式で表される.

$$R_1 = \frac{P_{out}}{Q_{out}} \tag{4-21}$$

この値が圧力や流量の値によらず概ね一定になることは先行研究 [17]で示されている.

今回の定常流の実験において柔軟管出口の圧力は、出口側圧力計の値に柔軟管出口から 圧力計までの圧力損失を加えたものであるから、4.11 kPa である.また、流量は2.407 mL/s だから、式(4-21)から以下の通り R₁が求められる.

$$\frac{4.11 \ [kPa]}{2.407 \ [mL/s]} = 1.71 \ [kPa \cdot s/mL] = 1.71 \times 10^9 \ [Pa \cdot s/m^3]$$
(4-22)

解析では、この値を用いた.

4.3.3 解析における流量と圧力

● 定常流

定常流の解析では,柔軟管入口の圧力を 4.39 kPa に固定し,出口側は抵抗を通して大気圧 開放するという境界条件で解析を行った.

柔軟管入口の圧力,出口の圧力,入口の流量はそれぞれ以下の通りとなった.なお,入口 圧力と出口圧力については,実験系における上流側の圧力計から柔軟管入口までの圧力損 失および柔軟管出口から下流側の圧力計までの圧力損失を解析結果の流量から計算し,実 験結果の圧力の値と比較できるようにしている.







図 4-15 定常流における流量の解析結果

解析条件	定常流
柔軟管入口の圧力	4.83 kPa
柔軟管出口の圧力	3.17 kPa
柔軟管に流入する流量	112 mL/min

表 4-4 定常流解析における圧力と流量

定常流の解析では、柔軟管入口の圧力を一定にした結果出口の圧力および流量も一定と なった.なお、境界条件として与えた入口圧力以外は少しブレが生じているが、これはメッ シュ形状に依存する計算結果の違いであると考えられる.

実験結果と比較すると、解析は実験よりも圧力損失が 0.12 kPa 大きかった.また、流量については、解析は実験よりも 32 mL/min 少なかった.

● 拍動流

拍動流の解析では、柔軟管入口の圧力を-1.5 kPa から 6.0 kPa まで変化させ、出口側は抵抗を通して大気圧開放する境界条件を与えた.変化のさせ方は、sin カーブとした.なお、 圧力の下限の設定において圧力損失を考慮しなかったのは、実験結果より圧力の下限時に は流速は小さく、圧力損失の影響は小さいと考えたためである.

柔軟管入口の圧力,出口の圧力,入口の流量はそれぞれ以下の通りとなった.なお,入口 圧力と出口圧力については,実験系における上流側の圧力計から柔軟管入口までの圧力損 失および柔軟管出口から下流側の圧力計までの圧力損失を解析結果の流量から計算し,実 験結果の圧力の値と比較できるようにしている.









砌坵冬州	拍動流	
州中小1 宋1十	最大値	最小值
柔軟管入口の圧力	6.6 kPa	-1.6 kPa
柔軟管出口の圧力	3.6 kPa	-1.2 kPa
柔軟管に流入する流量	145 mL/min	-45 mL/min

表 4-5 拍動流解析における圧力と流量

1秒あたりの流量は $\int_0^1 Q_{in} dt = 56 [mL/min]$ だった.

拍動流の解析では、柔軟管入口の波形を sin カーブにしたところ、出口の圧力および流量 も sin カーブとなった.しかし、圧力が最大の時の圧力損失について考えると、解析の方が 実験よりも 2.2 kPa 大きくなった.

また, 位相に関しては実験と異なりずれがなかった. 以下に流量と圧力を重ねたグラフを 示す.



図 4-18 拍動流解析における圧力と流量の関係

解析では図 3-1 の 3 要素 Windkessel モデルにおけるコンデンサ要素をないものとみなし たため, 圧力と流量が比例するという結果になった.

4.4 造影剤動態

4.4.1 造影剤の注入量

造影剤の注入量は,撮影した際に見やすい量に調整した. 注入した造影剤の量は,以下の通りである.

実験条件	定常流	拍動流	
造影剤の注入量	1.5 mL	1.5 mL	
造影剤の注入時間	3秒	3秒	
造影剤の注入速度	0.5 mL/s	0.5 mL/s	

表 4-6 造影剤の注入量

定常流の条件において,造影剤の粘稠度の影響を考える.

流量 2.407 mL/s のうちヨード含有量 370 mg/mL の造影剤が 0.5 mL/s を占めるため,流体 全体でのヨード含有量は 76.9 mg/mL であると推測できる. なお,注入場所から柔軟管まで の間は距離があり拡散が起こることが考えられるが,X 線単純投影動画の撮影結果から造 影剤はおよそ 3 秒の間に流れていることが分かり,拡散の影響は少ないとみなせる. この含 有量を表 2-2 に照らし合わせると,ヨード含有量は十分少ないことから,造影剤の粘性の 影響は少ないと考えられる.

次に,拍動流の条件において,造影剤の粘稠度の影響を考える.

実際の流量を知ることはできないため、モーターに印加する電圧を参考に最大流量 1.688 mL/s, duty 比 50%の矩形波状の流れであると仮定すると、1秒あたりの流量 0.844 mL であると考えられる.また、造影剤の注入速度は一定速度であるため拍動流に対して注入すると 濃度にムラが生じるが、注入場所から柔軟管までの間は距離があり、流体の拍動的な動きによって撹拌されると考えられる.よって、撮影場所においてはムラの影響はないと仮定する. X線単純投影動画より造影剤は6~7秒ほどの間に流れていることから、1秒あたりの流量 0.844 mL のうちヨード含有量 370 mg/mL の造影剤が 0.25 mL 程度を占めると考えることができる.このとき、流体全体でのヨード含有量は 110 mg/mL であると推測できる.この含有量を表 2-2 に照らし合わせると、ヨード含有量は十分少ないことから、造影剤の粘性の影響は少ないと考えられる.

以上より、どちらの条件に対しても造影剤の粘性の影響は考えないこととした.

4.4.2 定常流でのX線単純投影動画と解析

造影剤が流れ始めてから3秒間のX線単純投影動画と造影剤動態の解析の結果は、以下のようになった.

実験,解析どちらについても時間が経つごとに徐々に造影剤濃度が上がり,造影剤を流し 始めてから1秒程度経つと濃度があまり変わらなくなることが分かった.一方で,狭窄前後 の濃度差や管軸に垂直な方向の濃度勾配は,解析の0.1sにおいて狭窄前後の濃度差が見え る以外には確認できず,管全体に広がっていることが分かった.

0.0 s		
0.1 s		
0.2 s		
0.3 s		
0.4 s		
0.5 s		
0.6 s		
0.7 s		
0.8 s	a statement and a statement of the	
0.9 s	A DESCRIPTION OF TAXABLE PARTY OF TAXABLE PARTY.	
1.0 s		
1.1 s	A DESCRIPTION OF TAXABLE PARTY OF TAXABLE PARTY.	
1.2 s	No. of Concession, Name of	
1.3 s	A second se	
1.4 s		
1.5 s	in the second se	
1.6 s		
1.7 s	in the second se	
1.8 s		
1.9 s	in the second se	
2.0 s	A DESCRIPTION OF TAXABLE PARTY OF TAXABLE PARTY.	
2.1 s	A DESCRIPTION OF TAXABLE PARTY OF TAXABLE PARTY.	
2.2 s	in the second se	a a construction of the second se
2.3 s	in the second se	
2.4 s	The survey of th	and the second
2.5 s	A second se	
2.6 s	in the second se	
2.7 s	In the second se	
2.8 s	I and a second s	
2.9 s	in the same survey of the same s	
3.0 s	in the second division	

図 4-19 定常流での X 線単純投影動画(左)・造影剤動態解析(右)の比較

時間が経つごとの造影剤濃度上昇,および管軸方向の濃度勾配について定量的な評価を 行うために,以下のように X 線単純投影動画および造影剤動態の解析結果について検討を 行った.

X線単純投影動画については、柔軟管の軸上の、狭窄部を原点として軸方向に-10 mm, -4 mm, +4 mm, +10 mm, +20 mm, +30 mm の 6 点の明度を取得した.明度を、黒を 0, 白 を 255 とした 256 段階に設定し, 0 s での明度との差をとると、以下のようなグラフを得た.





柔軟管の軸上であれば,狭窄部を除き内径が一定であり,浸透圧の影響がないため,明度 と造影剤濃度の関係は線形であると考えられる. [18][19]

このグラフから,造影剤濃度は徐々に上がり,1.5秒程度で一定値になるということが分かった.

次に, 管軸に垂直な方向の濃度勾配について議論する.

管の急拡大部では,狭窄の形状や度合いによっては,流れは噴流となりその周りに再循環 領域が生成されると推測される.また,その噴流は徐々に管断面全体に広がり,理想的最終 的にはポアズイユ流れになる.ポアズイユ流れになるまでの距離は,流速や管の形状に依存 すると考えられる.

今回の実験では、柔軟管に流入する場所と狭窄直後の2か所に急拡大部が存在する.よって、その2か所の管軸に垂直な方向の濃度勾配を取得し、柔軟管入口の濃度勾配と狭窄後の 濃度勾配の関係について評価する.

実験画像からの濃度勾配の評価には、明度を用いた.軸に垂直な線上の明度を連続的に取得し、明度の差からゴム管の位置を決定した.ゴム管のある場所とない場所の明度の差をゴム管および流体、造影剤による明度の変化とみなし、実験時においてゴム管の直径変化は観察できなかったことから、ゴム管は直径 5 mm、内径 3 mmの円管であるという仮定のもとゴム管の中空部分に当たるピクセルを決定した.中空でない部分についてはゴム管による明度の変化のみを考えれば良いから、その部分を用いてゴム管の単位厚さあたりの明度の変化を計算した.その値を用いて、中空部分の明度からゴム管の影響を除くことで、流体の単位厚さあたりの明度変化を計算した.

断面としては,柔軟管入口直後の面および狭窄直後の断面として狭窄後4mmの面を用いた.時刻は,造影剤がある程度流入していてかつ造影剤の拡散の影響が少ない時刻として,造影剤の濃度が上がっている途中の0.5秒のものを用いた.結果を以下のグラフに示す.ただし,「位置」は管軸を原点として図4-19図4-19における上方向をマイナス,下をプラスに取った軸である.



図 4-21 定常流での柔軟管入口の断面での造影剤濃度勾配



図 4-22 定常流での狭窄後 4 mm の断面での造影剤濃度勾配

柔軟管入口の断面では、位置がプラスの方が明度変化が大きいことが分かった. なお、位 置が最大の点で大きく明度変化が減少しているが、これは画像がぼやけていることにより ゴム管の明度変化の影響を受けたものと考えられる.

狭窄後4mmの断面では,柔軟管入口の断面での濃度分布よりなめらかな分布となっていた.よって,狭窄後4mmの断面においては,造影剤は管全体に広がっていることが分かった.

次に,造影剤動態の解析結果について検討する.

定常流での解析では、パーティクル生成確率が p 個/10⁻⁵ mL になるようにした.ただし、 p は以下のグラフのような sin カーブと定数関数を組み合わせた時刻に関する関数で、最も 入口に近い狭窄から 10 mm 手前の断面の明度の差の時間変化に近似した.比較のため、狭 窄から 10 mm 手前の点での明度を表示した.



図 4-23 定常流でのパーティクル生成確率

柔軟管の軸上の,狭窄部を原点として軸方向に-10 mm, -4 mm, +4 mm, +10 mm, +20 mm, +30 mm の 6 点の付近のパーティクル数を取得した.実験と合わせて,軸に垂直なある方向 からパーティクル数を数えたい点を中心とした軸方向 2 mm,軸に垂直な方向 1 mm の 2 mm² の長方形を投影したときのパーティクル数を数えた.なお,計測した範囲は狭窄部ではない から,内径が一定であり,投影したときのパーティクル数は濃度に比例すると考えられる.



図 4-24 定常流での造影剤動態解析による濃度分布の変化

このグラフから,実験同様に時間が経つごとにパーティクル密度が上昇し,1.5秒程度経 つと密度の上昇が収まることが分かった.また,パーティクル密度の立ち上がりについては, 狭窄後4mmの点を除けば柔軟管入口に近いほど早く立ち上がっていることが分かった.

軸方向距離が同じ点をそれぞれ抜き出して実験と解析結果を比較すると、以下のようになった.なお、柔軟管や狭窄などの影響をあまり受けていないので、入口に最も近い狭窄前10 mm の点でのデータが合っているものと考え、明度 50 とパーティクル数 1000 が対応するようにグラフを作成した.









これらの結果から,狭窄前や狭窄後 10 mm 以降の点については造影剤濃度の上がり方や 最終的な濃度が良好に一致するが,狭窄後 4 mm の点については,解析の方が常に造影剤濃 度が低かった.また,狭窄後 10 mm 以降の点について,実験に比べ濃度の上下が激しいこ とが分かった.

また,管軸に垂直な方向の濃度勾配についても考える.解析では細かく分けるとパーティ クル数が少なくなりばらつきが大きくなると考えられることから,-1 mm±0.5 mm,0 mm± 0.5 mm,1 mm±0.5 mmの3分割をしてそれぞれの範囲内のパーティクル数を取得し,断面 積で割って単位面積あたりのパーティクル数を出した.断面は柔軟管入口直後の断面とし て狭窄前19 mm±1 mmの範囲,狭窄直後の面として狭窄後4 mm±1 mmの範囲を使用し た.時刻はパーティクルを発生させ始めてから0.5秒後である.その結果は以下の通りであ る.



図 4-26 定常流での狭窄前 19 mm の断面のパーティクル数分布



図 4-27 定常流での狭窄後 4 mm の面のパーティクル数分布

柔軟管入口直後の断面では、位置がプラスの方向の方がパーティクル数が多いという傾向になった.しかし、位置がマイナスの方でも中心よりパーティクル数が多いという傾向があった.狭窄後4mmの断面では、管中心が少ないことは柔軟管入口直後と一致したが、位置による傾向は逆転した.ただし、どちらについてもその差は10%以内であり、ほとんど差はないと言える.

4.4.3 拍動流でのX線単純投影動画と解析

造影剤が流れ始めてから3秒間のX線単純投影動画と造影剤動態の解析の結果は、以下のようになった.なお、拍動のタイミングについては、実験の0sは流速が正の方向に向いたとき、解析の0sは流量のsinカーブにおける極小のときとした.

実験では、徐々に濃度が上昇する様子が見られた.濃度が拍動的になる様子までは確認で きなかった.狭窄直後については、噴流や再循環領域が見えず管全体に広がっていることが 分かった.解析では、拍動の谷において柔軟管出口で極端に造影剤濃度が下がる様子が確認 された.

59

0.0 s		
0.1 s	And the second s	
0.2 s	Contractor operations and the	
0.3 s		
0.4 s	interest of the local division of the	
0.5 s	interior and the second se	
0.6 s	International Annual Contraction of the	
0.7 s	Contractor of Contractor of Contractor	
0.8 s	Terraceus and the second second	
0.9 s		
1.0 s	Internet Statements in the local division in the	
1.1 s	interesting of the local division in the loc	
1.2 s	interesting interesting in the	
1.3 s	Transmission of the local division of the lo	
1.4 s	Transmission and the local division of the	
1.5 s	International Annual States of Lot of	
1.6 s		
1.7 s	internet internet statements where the	
1.8 s	international distances in the local distance	
1.9 s	And the owner of the	
2.0 s	international descent states in the	
2.1 s	international designation of the local distance of the local dista	
2.2 s	And	
2.3 s	indication interest in the little	
2.4 s	interest in the local division of the	
2.5 s	And the second s	
2.6 s	Supervised and supervised and the	
2.7 s	And Address of the Owner water of the Owner water of the Owner of the	
2.8 s	A DESCRIPTION OF TAXABLE PARTY OF TAXABLE PARTY.	
2.9 s	internet designed designed and the second seco	
3.0 s	inter-second succession in the	
図 4-28	拍動流でのX線単純投影動画	(左)・造影剤動態解析(右)の比較

時間が経つごとの造影剤濃度上昇,および管軸方向の濃度勾配について定量的な評価を 行うために,以下のように X 線単純投影動画および造影剤動態の解析結果について検討を 行った.

X線単純投影動画については、柔軟管の軸上の、狭窄部を原点として軸方向に-10 mm、-4 mm、+4 mm、+10 mm、+20 mm、+30 mm の 6 点の明度を取得した.明度を 0 から 255 までの段階に設定し、0 s での明度との差をとると、以下のようなグラフを得た.



図 4-29 拍動流に造影剤を流したときの明度

定常流のときと同様,柔軟管の軸上であれば,狭窄部を除き内径が一定であるため,浸透 圧の影響のない明度と造影剤濃度の関係は線形であると考えられる. [18][19]

このグラフから,造影剤濃度は流速の大きいときに上がり,流速の小さいときには上がらないことが分かった.

次に,管軸に垂直な方向の濃度勾配について議論する.定常流のときと同様,柔軟管入口 直後の濃度勾配と狭窄後4mmの濃度勾配について,流体の単位厚さあたりの明度変化を計 算した.時刻は,造影剤が流入している間かつ造影剤がある程度流入している時刻として, 造影剤が流れ始めてから1.2秒後のものを用いた.結果を以下のグラフに示す.

61



図 4-31 拍動流での狭窄後4mmの断面での造影剤濃度勾配

柔軟管入口の断面では、管中心に近いほうが明度変化が大きいことが分かった.狭窄後4mmの断面では、柔軟管入口の断面で存在した濃度勾配がほとんどなくなった.よって、 拍動流でも狭窄後4mmの断面では造影剤が管全体に広がっていることが分かった. 次に,造影剤動態の解析について述べる.

拍動流での解析では、パーティクル生成確率が p 個/10⁻⁵ mL になるようにした. ただし、 p は以下のグラフのような時刻に関する sin 関数で、最も入口に近い狭窄から 10 mm 手前の 断面の明度の差の時間変化に近似した. 比較のため、狭窄から 10 mm 手前の点での明度を 表示した.



図 4-32 拍動流でのパーティクル生成確率

柔軟管の軸上の,狭窄部を原点として軸方向に-10 mm, -4 mm, +4 mm, +10 mm, +20 mm, +30 mm の 6 点の付近のパーティクル数を取得した.実験と合わせて,軸に垂直なある方向からパーティクル数を数えたい点を中心とした軸方向 2 mm,軸に垂直な方向 1 mm の 2 mm² の長方形を投影したときのパーティクル数を数えた. なお,計測した範囲は狭窄部ではないから,内径が一定であり,投影したときのパーティクル数は濃度に比例すると考えられる.



図 4-33 拍動流での造影剤動態解析による濃度分布の変化

グラフにおいて最初の 0.2 秒間パーティクル数が 0 付近となっているが、これは流速が 遅かったためパーティクルを計測している地点までまだ届いていないためである.

定常流同様,大局的には時間が経つごとにパーティクル密度が上昇していく傾向だった が,流速が少ない時刻においては密度がむしろ下降し,下降幅は柔軟管出口に近いほど大き いことが分かった.また,柔軟管入口に近いほど密度の立ち上がりが早い傾向は確認できな かった.

次に、軸方向距離が同じ点をそれぞれ抜き出して実験と解析結果を比較すると、以下のようになった.なお、明度とパーティクル数の対応は定常流のときと同じであると考えられるので、明度 50 とパーティクル数 1000 が対応するようにグラフを作成した.







図 4-34 拍動流での造影剤動態の実験と解析の比較

これらの結果から、流速の大きい時間帯は解析の方が造影剤濃度が大きいこと、および 流速の小さい時間帯に解析ではパーティクル数が減少し、柔軟管出口に近い地点では実験 を下回ることもあることが分かった.ただし、狭窄後4mmの点ではむしろ一致している ように見えた. また,管軸に垂直な方向の濃度勾配についても考える.定常流のときと同様に,-1mm± 0.5 mm,0 mm±0.5 mm,1 mm±0.5 mmの3分割をしてそれぞれの範囲内のパーティクル 数を取得し,断面積で割って単位面積あたりのパーティクル数を出した.断面は柔軟管入口 直後の面として狭窄前19 mm±1 mmの範囲,狭窄直後の面として狭窄後4 mm±1 mmの範 囲を使用した.時刻はパーティクルを発生させ始めてから1.2秒後である.その結果は以下 の通りである.



図 4-35 拍動流での狭窄前 19 mm の断面のパーティクル数分布



図 4-36 拍動流での狭窄後 4 mm の面のパーティクル数分布

柔軟管入口直後の断面では、管中心のパーティクル数が少ないという傾向になった.左 右差としては、位置がプラスの点の方が若干多いが、その差は3%以内であり小さかっ た.狭窄後4mmの面では、管中心のパーティクル数は位置がプラスの点と同じくらいの 少なさになり、位置がマイナスの点で極端にパーティクル数が多いという傾向になった.

なお,この解析においては確率的にパーティクルを発生させているため,同じ解析を行った場合でも結果が変わる可能性がある.

4.5 考察

4.5.1 流体構造連成解析について

解析では柔軟管入口の圧力を実験のものと一致させたが、柔軟管出口の圧力は解析の方 が小さかった.これは、解析の方が抵抗が大きいことを示している.

解析の方が抵抗が大きかった原因の一つとして考えられるのは、狭窄率の違いである. 実験で使用した柔軟管の狭窄率は74%だったが解析で使用したモデルの狭窄率は80%で あり、狭窄率の違いが流れの縮小損失および拡大損失の差となったと考えられる.狭窄部 を長さ3mmの管およびその前後が急拡大・急縮小になっていると仮定すると、流量が 144.4 mL/minのとき狭窄率80%の狭窄は狭窄率74%の狭窄より0.73 kPa 圧力損失が大き くなる.これは、狭窄率の高いほうが狭窄後の再循環領域が大きくなり流れが乱れること で、摩擦が大きくなるためである.実際の狭窄の形は急拡大や急縮小ではないため圧力損 失の差はこの値とは異なるが、狭窄率の違いが圧力損失に影響していることは予想され る.また、狭窄部の形状も圧力損失の違いに影響していると考えられる.実験では手作業 にて釣り糸を巻いて狭窄を作ったため正確な軸対称の cos カーブにはなっていない.しか し、急拡大や急縮小の形状は圧力損失の大きさに影響するから、狭窄部の形状の違いも原 因の一つと考えられる.

また、今回の解析では管が振動する様子が見られた.この振動は、軸に垂直な面で見たと き管の断面が円を描くように回転する向きである.これは、実験では見られなかったほどの 振幅である.この振動によって曲がり損失が発生することにより流体のエネルギーが減少 し、圧力が下がったものと考えられる.ここで、管の振動が起こった原因について考える. モデルのメッシュは軸に対し対称ではないので、メッシュに依存して管を動かす力が発生 する.管の入口および出口は固定されていることから、管の中央部が変位する.管が変位し たことによってメッシュの形状が変わることから、次の時間ステップにおいては管を動か す力の向きが変わり、回転するようになる.一方、管が曲がっていることにより線形弾性体 であるゴム管は管の曲がりを無くす向き、すなわち向心方向の力を発生する.この力によっ て回転が維持されるものと考えられる.実験においては観察できるほどの振幅の振動は見 られなかったが、これはゴムの減衰が大きいためと考えられる.実験においても、管や治具 の工作精度や設置状況に依存して軸に対する非対称性があると考えられるが、ゴムの減衰 力が管を振動させる力に対し考慮しなければならないほど大きく、目に見える振動が起こ らなかったと考えられる.今回の解析では減衰は考慮されていないことが、解析と実験で振 動が起こるか起こらないかという差を生んだ. 次に流量について考える.定常流の条件においては,解析の方が流量が少なかった.実験 において,柔軟管出口より後部の抵抗は管摩擦抵抗が大部分を占めていて,式(4-5)より出 ロ側の圧力は流速と比例し,流速は流量と比例するから,出口側の圧力は流量に比例する. また,定常流の条件においてはシリコンチューブの内径は変化しないと推定されるため,コ ンデンサ要素はないと考えられる.一方,解析においても,3要素Windkesselモデルにおい て $R_2 = 0$, C = 0 とすれば,比例定数を R_1 として流量は出口圧力に比例する.この比例定 数 R_1 は実験と解析で共通のものとして,流路出口はどちらも大気圧開放としたから,出口 圧力の小さい解析の方が,流量も少なくなったと考えられる.

一方で,拍動流の条件においては解析の方が最大流量が多かった.これは,実験において はシリコンチューブの内径変化がコンデンサ要素となって流量変化が小さくなっているが, 解析ではコンデンサ要素を考慮しなかったため,最大流量が大きくなったと考えられる.

4.5.2 造影剤動態について

まず実験結果について考察する.

定常流に造影剤を流す実験では、造影剤濃度が徐々に上がり、造影剤が流れ始めてから 1.5 秒後ごろからほぼ一定になる様子が観察された.造影剤濃度が徐々に上がることについ ては、注入された造影剤の先端が注入口から柔軟管までの間に拡散することで、濃度分布と なったものと考えられる.そのあと濃度が一定になるのは、造影剤注入時間の中央部付近に おいてあまり拡散の影響を受けず、そのまま流れてきたものと考えられる.また、柔軟管の 場所による濃度の差はほとんど見られなかった.流量 144.4 mL/min のとき、直径 3 mm の 管内のポアズイユ流れを仮定すると中心での流速は 681 mm/s となり、測定範囲の長さは 40 mm 程度だから 0.1 秒の間に管の端から端まで流れることになる.よって、差がつかなかっ たと考えられる.

管軸に垂直な方向の濃度勾配については,まず柔軟管入口については管の左端から右端 に向かって勾配があった.この勾配は,造影剤の注入口が管壁側にあることや,柔軟管入口 までの管が曲がっていることで造影剤が外側に移動することが原因と考えられる.一方,狭 窄直後の断面の濃度勾配は小さくなっていた.狭窄後流は噴流になると予想されていたが, 少なくとも狭窄後 4 mm では再循環領域がなくなり柔軟管全体に流れが広がっていると考 えられる.また,狭窄によって流体が撹拌されることで,狭窄前の濃度勾配がなくなったと 推測される.

拍動流に造影剤を流す実験では、造影剤濃度が徐々に上がる点は定常流と同じだが、濃度 が上がりきるまでにより時間かかっている.これは、拍動流の方が流れによって撹拌されや すいためと考えられる.また、柔軟管の場所による濃度の差は、定常流より大きかった.最 大流量 101.3 mL/min のとき、直径 3 mm の管内のポアズイユ流れを仮定すると中心での流
速は 478 mm/s となり,測定範囲の長さは 40 mm 程度だから 0.1 秒の間に管の端から端まで 流れることになる.そのため,0.0~0.5 秒,1.0~1.5 秒,2.0~2.5 秒の流速が正である間は, どの場所でも同様に造影剤濃度が上がった.一方,0.5~1.0 秒,1.5~2.0 秒,2.5~3.0 秒の 流速がゼロに近いときは,どの場所も同様に造影剤濃度がほぼ一定となっていた.しかし, 注入速度が一定である一方ポンプの動きは矩形であるため,濃度にムラが残っていたこと が場所による濃度差を大きくしていると考えられる.

管軸に垂直な方向の濃度勾配については,まず柔軟管入口では管中心付近の濃度が管端 よりも高かった.柔軟管入口は冶具があり急拡大の流れになることから中心部に噴流がで きていることが原因と考えられる.また,定常流と比べて拍動流では流体の撹拌がされやす いことが左右差を減らしていると推定される.一方,狭窄後は定常流のときと同様濃度勾配 が小さくなっていた.定常流のときと同様柔軟管全体に流れが広がっていると考えられる こと,狭窄によって流体が撹拌されていることが原因と考えられるほか,拍動流では逆流し ている時間帯があったためそれによって狭窄から離れた場所の造影剤が運ばれてきたこと が原因と推定される.

次に解析結果と比較する.

定常流の解析では,狭窄前の2点では造影剤密度の上がり方がほとんど一致した.このこ とから,TAG を解析結果から求めるためのデータのうち,狭窄前の造影剤濃度のデータに ついては解析結果を使用して問題ないと考えられる.一方,狭窄後の4点については,解析 の方が造影剤濃度の上がり方が遅く,また,上がり方もなめらかではなく濃度の上下が激し かった.造影剤濃度の上がり方が遅かった点については,流体構造連成解析における流速が 実験より遅くなったことが原因として考えられる.狭窄後10mmの0~1sのデータについ て原点を通るような回帰直線を引きその傾きを計算すると,実験の方は29.7,解析の方は 413.56となった.明度50に対しパーティクル数1000が対応することを考慮すると,解析 の傾きは実験の0.70倍となり,流速は0.78倍だったから,濃度の上下によるずれを考慮す れば,流速の違いが濃度の上がり方の違いの原因であると考えられる.

また,狭窄後4mmの点だけ解析で求められた濃度が明らかに低かった.解析における流 れ場を確認すると,以下の図のようになっていた.この図では,パーティクル生成開始後0.5 秒のときの流速[m/s]で色分けして可視化している.



図 4-37 定常流解析における流速の分布



図 4-38 定常流解析における流速の分布(狭窄部の拡大図)

この図から,狭窄後は管壁に沿った流れとなり,再循環領域が発生していることが分かる. 再循環領域には流体が流れ込みにくいことから,パーティクル密度が下がったと思われる. なお,管軸に垂直な方向の濃度勾配についても,再循環領域が影響していると考えられる. 以下に,パーティクルを可視化した図を示す.実際に,再循環領域ではパーティクル密度が 下がっている.

図 4-39 定常流解析におけるパーティクルの分布



図 4-40 定常流解析におけるパーティクルの分布(狭窄部の拡大図)

拍動流の解析では、実験よりも流入したパーティクル数が多かったが、これは流体構造 連成解析における流量が多いことに由来すると考えられる.また、流速の小さい時間帯に パーティクル数が減少することについては、流体が逆流していることが原因であると考え られる.すなわち、造影剤動態の解析プログラムの仕様では、一度柔軟管出口から流出し たパーティクルは再度柔軟管出口から流入することはできないため、パーティクルのない 流体が柔軟管出口から流入したことにより,柔軟管出口に近いほどパーティクル数が減少 したものと考えられる.

一方で,狭窄後4mmの点ではむしろ一致しているように見えたのは,流量が多いこと によるパーティクル数増加と,再循環領域の発生によるパーティクル数減少が打ち消しあ ったものと推測される.実際,拍動流の解析においても,定常流のときと比べると領域の 形状が異なるが再循環領域ができている.解析における流れ場を以下の図に示す.この図 では,パーティクル生成開始後1.2秒のときの流速[m/s]で色分けして可視化している.





図 4-42 拍動流解析における流速の分布(狭窄部の拡大図)

再循環領域が定常流のときと異なることについては、流速が遅いことが原因だと考えら れる.また、以下に、パーティクルを可視化した図を示す.実際に、再循環領域ではパー ティクル密度が下がっている.



図 4-44 拍動流解析におけるパーティクルの分布(狭窄部の拡大図)

なお、この時刻では管が変位していた.その方向は、管軸に垂直な方向の濃度勾配について濃度の高い方向だった.管が変位するということはその方向に流体が流れていると予想され、流れの非対称性によって管軸に垂直な方向の造影剤濃度勾配ができたものと推定される.

第5章 結論

5.1 総括

本研究では、柔軟管の狭窄が造影剤動態に与える影響を調べた.そのために、柔軟管を 用いて造影剤動態を撮影する実験を行い造影剤濃度勾配の評価をし、また、実験を模擬し た流体構造連成解析によって計算された圧力や流速を用いて造影剤動態をシミュレーショ ンして解析の妥当性確認を行った.

定常流における実験では、造影剤濃度が徐々に上昇する様子を確認できた.また、柔軟 管入口では管軸と垂直な方向に造影剤濃度勾配があったが、狭窄後には減っているという ことが分かった.拍動流における実験では、流体の拍動に合わせて、流速の大きいときに 造影剤濃度が上昇することが分かった.また、柔軟管入口では管中心付近の造影剤濃度が 管の端よりも高かったが、狭窄後にはそのような勾配が減ったということが分かった.こ れらのことより、造影剤は流体の移動に合わせて移動することが分かり、また、狭窄は流 体を撹拌する効果があると予想された.

入口圧力を境界条件として流速や圧力について計算する流体構造連成解析を実験と解析 を比較すると、まず流量や出口圧力について実験結果と異なった.狭窄部の形状や狭窄率 が異なることや、構造部分について減衰が計算されていないことが原因と考えられた.拍 動流の条件では、流量や出口圧力のほかに位相もずれていた.これは、コンデンサ要素を 評価する必要がある可能性を示唆した.よって、プログラムに改善の余地があることが分 かった.

流体構造連成解析で求めた流速を使用した造影剤動態のシミュレーションでは、定常流 の場合には狭窄前でほぼ一致し、狭窄後でも流速の差の影響を受けたパーティクル到達遅 れが発生したが濃度はほぼ一致した.しかし、狭窄直後としてとった狭窄後4mmの点で は実験では見られなかった再循環領域の発生により、パーティクル数が減少してしまっ た.これらは、流体構造連成解析の改善により解決できる問題だと考えられる.

一方,拍動流の場合には,流速の違いの影響を受けた濃度差以外の観点では,逆流に対応していないことから結果に大きな違いが出た.

以上をまとめると、定常流の条件について、狭窄直後以外の点において解析に妥当性が あると考えられた.一方で、解析により狭窄後4mmの場所では流れは噴流となり再循環 領域が発生していると予想されていたものの,実験より狭窄後少なくとも4mmでは再循 環領域はなく,課題が見られた.また,拍動流の条件では流れを再現する点でも課題が見 られた.これらの解決により,CT画像を数値解析することによるTAG値計算の精度向上 を期待できる.

5.2 今後の課題

本研究での実験では、簡単のためにゴム管および水を用いたが、血管や血液とは物性値が 異なる.物性値が異なると現象が異なる可能性は大いに考えられ、今後より血管や血液に物 性値の近い材料を用いた実験の実施が望まれる.また、今回の実験については対象とした狭 窄のゴム管が一つだったが、より高狭窄率になると再循環領域がより大きく発生するなど 流れ場が大きく変わると考えられるため、狭窄率による造影剤動態の違いの研究も望まれ る.実験系について、本研究での実験は流路を簡単のため直線とし出口を大気圧開放とした が、冠動脈では大動脈から分岐し出口では毛細血管が続きそれが抵抗になっていると考え られるため、実験においても入口側で分岐を作り出口側にバルブを設置するなど、より冠動 脈の条件に近い実験系を組むことで実態に近い実験ができると考えられる.撮影方法の観 点からは、今回の画像は解像度が低く再循環領域の発生などの減少を観察することはでき なかったため、より画質の高い撮影方法をとることも検討される.

また、本研究で用いたプログラムについては、減衰や流速など再現できていない部分があ るため、解析精度向上のため改善が望まれる.造影剤動態の解析では、管壁付近にパーティ クルが残りやすい傾向があったため、管壁付近の流体挙動の評価が低精度であることも予 想される.また、冠動脈では逆流も起こりうるので、逆流への対応が望まれる.狭窄部の再 現について、実験と解析では面積狭窄率が6%違ったほか、実験の狭窄は手作業で作ったこ とから解析の軸対称な cos カーブのモデルとは異なり、解析の正確性を下げていると考えら れる.実形状を用いた数値解析は他の研究で既に実施された例はあり [20]、本研究で使用 したプログラムでも実装することが期待される.

77

参考文献

- P.Tonino, B.D.Bruyne, N.Pijls, U.Siebert, F.Ikeno, M.Veer, V.Klauss, G.Manoharan, T.Engstrom, K.Oldroyd, P. Lee, P.MacCarthy, W.Fearon, "Fractional Flow Reserve versus Angiography for Guiding Percutaneous Coronary Intervention," 2009.
- [2] A. J. Einstein, "TAG-Is It It? Improving Coronary Computed Tomography Angiography With the Isotemporal Transluminal Contrast Attenuation Gradient," 2013.
- [3] S. A. Ahmed , D. P. Giddens, "Velocity measurements in steady flow through axisymmetric stenoses at moderate Reynolds numbers," *Journal of Biomechanics, Vol.16, No.7*, pp. 505509-507516, 1983.
- [4] S. A. Ahmed, D. P. Giddens, "Pulsatile poststenotic flow studies with laser Doppler anemometry," *Journal of biomechanics, Vol.17, No.9*, pp. 695-705, 1984.
- [5] 住吉谷淳, "狭窄を伴う柔軟管内拍動流の流体構造連成解析," 2017.
- [6] 片山進, "流体構造連成有限要素法による大動脈弁の機能に及ぼす弁葉形状の影響解析," 2009.
- [7] B.-K. Koo, A. Erglis, J.-H. Doh, D. Daniels, S. Jegere, H.-S. Kim, A. Dunning, T. DeFrance, A. Lansky, J. Leipsic, J. Min, "Diagnosis of Ischemia-Causing Coronary Stenoses by Noninvasive Fractional Flow Reserve Computed From Coronary Computed Tomographic Angiograms," 2011.
- [8] Y. E.Yoon, J. -H. Choi, J. -H. Kim, K. -W. Park, J. -H. Doh, Y. -J. Kim, B. -K. Koo, J. K. Min, A. Erglis, H. -C. Gwon, Y. H. Choe, D. -J. Choi, H. -S. Kim, B. -H. Oh, Y. -B. Park, "Noninvasive Diagnosis of Ischemia-Causing Coronary Stenosis Using CT Angiography:," 2012.
- [9] D. T. Wong, B. Ko, J. Cameron, N. Nerlekar, M. C. Leung, Y. Malaiapan, M. Crossett, D. Leong, S. Worthley, J. Troupis, I. Meredith, S. Seneviratne, "Transluminal Attenuation Gradient in Coronary Computed Tomography Angiography Is a Novel Noninvasive Approach to the Identification of Functionally Significant Coronary Artery Stenosis," 2013.
- [10] 波田野明日可,住吉谷淳,鈴木一真,牛流章弘,加納明,加藤光章,廣畑賢治, 泉聡志, "分岐狭窄柔軟ファントム実験と ALE 流体構造連成解析による造影剤動 態解明," 2018.

- [11] 福嶋孝義,松沢照男,"血流解析における可視化技術の応用," 1985.
- [12] 奥井健一,山根隆一郎,三上房男,竹越栄俊,"オリフィスをもつ管内における 自励振動流(第2報:流れの可視化)," 1993.
- [13] 久田俊明, 非線形有限要素法のためのテンソル解析の基礎.
- [14] 谷下一夫,山口隆美,生物流体力学,朝倉書店,2012.
- [15] 久田俊明,野口裕久,非線形有限要素法の基礎と応用.
- [16] 社団法人日本流体力学会,流体力学ハンドブック,丸善,1998.
- [17] 住吉谷淳, "不確定性を考慮した柔軟管内拍動流の流体構造連成解析," 2015.
- [18] 寺澤和晶,八町淳,奥田逸子, "CT 造影製剤特性が造影効果に及ぼす影響," 2011.
- [19] 佐々木哲也,里村美奈斗,千葉幸,菊地良宏,飯野啓二,松橋俊夫,"造影効果の指標である造影効果指数(CE Index)の検証," 2017.
- [20] D. Tang, C. Yang, J. Zheng, P. K. Woodard, G. A. Sicard, J. E. Saffitz, C. Yuan, "3D MRI-based multicomponent FSI models for atherosclerotic plaques," 2004.

謝辞

本研究を進めるにあたり、様々な方々よりご指導、ご協力を賜りました.

まず,指導教員として波田野講師には大変お世話になりました.私の研究経験の浅さから 適切な指針を選んで研究できないことが多々ありましたが,波田野講師からは研究の方向 性から細かいプログラミング手法まであらゆる面で何度もご指導いただき,卒業論文の形 にすることができました.泉教授,高本助教にも,研究会や研究室での研究中などにアドバ イスをいただき,大変お世話になりました.深くお礼申し上げます.

本研究室の鈴木さんは、相談に応じてくださったり、アドバイスをしていただいたりしま した.流体構造連成解析について最初は全く分からない状態でしたが、鈴木さんがプログラ ムについて解説をしてくださったり、質問に快く応じてくださったりしたおかげで、プログ ラムについて理解することができました.また、プログラムを理解する基礎となるテンソル についても教えてくださって、ありがとうございました.

造影剤を用いた実験では、X線循環器診断システムのある部屋を使用する手続きをして くださったり、システム自体について教えてくださったりした東京大学大学院工学研究科 バイオエンジニアリング専攻の藤澤特任助教にお世話になりました.また、実験で放射線を 使用する際は、東大病院の月原先生、および放射線技師の方に大変お世話になりました.月 原先生には、お忙しい中装置から実験データの取り出しをしていただきました.心から感謝 申し上げます.

外部の方になりますが、東芝研究開発センターの牛流様、加納様、廣畑様には主に実験系 の組み立てにおいてご意見を頂戴したり、過去の研究において使用した実験系に関する質 問をさせていただいたりしました.皆様のご協力のおかげで、本研究で用いた実験系を組み 立てることができました.感謝申し上げます.

研究室の秘書の徳山様, 荒井様には, 実験道具の購入でお世話になりました. 感謝申し上 げます.

他にも,研究室の先輩方や同期の皆には多くの面でお世話になりました.研究に関するこ とでは,研究で使用するソフトや論文の体裁などを教わりました.また,研究室生活を楽し ませていただいたのも,皆様のおかげです.

最後に,私事ではあり恐縮ですが,大学生活を支えてくれた家族に感謝の意を表し,以上 を謝辞とさせていただきます.

> 2019年2月 金子凌太朗

80

以上

p.1~p.80 完

平成 31 年 2 月 提出 指導教員 波田野 明日可 講師 03170194 金子 凌太朗