

修士論文

信頼性工学に基づく配管疲労設計手法の開発

p. 1 ~ p. 102 完

平成 24 年 2 月 10 日提出

指導教員 酒井信介 教授

106237 前田惇貴

目次

第 1 章	序論	8
1.1	研究の背景	9
1.1.1	疲労に対する設計	9
1.1.2	許容応力設計法	10
1.1.3	許容応力設計法の問題点	10
1.1.4	確率論的信頼性手法	12
1.1.5	過去の研究	13
1.2	本研究の目的	14
1.3	本論文の構成	14
第 2 章	理論	15
2.1	確率論的信頼性手法	16
2.1.1	破壊モードと限界状態関数	16
2.1.2	一次近似信頼性手法と信頼性指標 β	19
2.1.3	AFOSM 法	21
	設計点と信頼性指標 β	21
	正規裾野近似	22
	HLEF 法	24
2.2	ランダム変動のスペクトル解析	26
2.2.1	パワースペクトル密度	26
2.2.2	パワースペクトル密度のモーメントと定常確率過程のパラメータ	27
2.2.3	定常正規過程	29
	定常正規過程の定義	29
	零値通過頻度	29

	極大値・極小値の分布	30
第 3 章	ランダム荷重疲労に対する信頼性評価モデルの構築	34
3.1	疲労信頼性モデルの構築	35
3.1.1	不确实要因	35
3.1.2	ランダム荷重の取り扱い	35
3.1.3	等価繰返し数の概念	36
3.1.4	疲労試験データの取り込み	38
3.1.5	解析	39
3.2	モデルの特徴	40
3.2.1	等信頼度線と最適疲労曲線	40
3.2.2	パラメータの与える影響	43
3.3	結言	45
第 4 章	スペクトル解析による入力荷重の取り扱い	46
4.1	スペクトル解析とランダム荷重疲労	47
4.2	サイクルカウント法	47
4.2.1	レインフローカウント法 (RFC)	48
4.2.2	レベルクロッシングカウント法 (LCC)	49
4.2.3	定常正規確率過程と LCC による疲労損傷評価	50
4.2.4	カウント法による評価結果の違い	53
4.3	PSD と等価応力分布	54
4.3.1	等価応力の定義	54
4.3.2	PSD と等価応力分布の関係の推定	56
4.3.3	数値シミュレーションの概要	57
4.3.4	平均値の評価	58
4.3.5	ばらつきについて	59
4.3.6	分布形の推定	60
4.3.7	COV の評価	63
	PSD タイプ 1 : 機械系加速度入力/相対変位応答	63
	PSD タイプ 2 : 配管壁熱応答	64
	PSD タイプ 3 : 二重矩形	65
	解析結果	66

	COV 上限近似の検討	69
4.3.8	分布の決定法	71
4.3.9	期待サイクル数	71
4.3.10	信頼性評価モデルの拡張	71
4.4	結言	72
第 5 章	疲労信頼性モデルの配管系への適用	73
5.1	配管系への適用	74
5.1.1	配管系の疲労	74
5.1.2	疲労寿命の分布	74
5.2	現行設計規格の検討	77
5.2.1	ASME による設計規格	77
5.2.2	確率論的信頼性手法による検討	79
5.2.3	規格制限値上の信頼度の検討	80
5.3	信頼性設計法の提案	81
5.3.1	PSD を設計変数とした設計	81
5.4	結言	84
第 6 章	従来研究との比較	85
6.1	過去の類似研究	86
6.2	スペクトルを用いた疲労損傷評価	86
6.3	疲労に対する信頼性評価モデル	87
6.3.1	Ayyub らによるモデル	87
6.3.2	本研究モデルとの比較	88
6.4	結言	90
第 7 章	終章	91
7.1	本論文のまとめ	92
7.2	今後の課題	92
	謝辞	93
	参考文献	95
付録 A	ランダム波形生成プログラム	98

信頼性工学に基づく配管疲労設計手法の開発

A.1	パワースペクトルとパワースペクトル密度	98
A.2	離散複素スペクトルの生成	98
A.3	波形生成	100
付録 B	配管熱疲労に対する周波数応答関数	101
B.1	記号について	101
B.2	具体形	101

目次

1.1	Cumulation of safety margin by using allowable stress design	11
1.2	Comparison between allowable stress design and reliability based design	13
2.1	Limit state function for Load-Resistance model	17
2.2	Calculation of probability of failure	17
2.3	Probabilistic distribution of Z and reliability index β	20
2.4	Design point and reliability index β	22
2.5	Idea of equivalent normal transformation	23
2.6	Flowchart of HLRF method	25
2.7	Shape of $f_p^+(x)$ for several value of α	33
3.1	Reliability model for random loading fatigue on N dimension	37
3.2	Definition of life ratio r_N	38
3.3	Example of reliability analysis using proposed model	41
3.4	Definition of r	42
3.5	$r - \beta$ diagram calculated by the example	42
3.6	$r - \beta$ diagrams for several combination of parameters	44
4.1	The model of rainflow counting method	48
4.2	The procedure of levelcrossing counting method	49
4.3	Shape of $p^{LCC}(s)$ for several values of α	51
4.4	Shape of $P^{LCC}(s)$ for several values of α	51
4.5	Spectrum-based approach for probabilistic nature of S_e	56
4.6	Outline of numerical simulation	57

4.7	Comparison between theoretical value of S_e and mean value by simulation	58
4.8	Non-dimensional time T^*	60
4.9	Probability paper plot for rayleigh distributed random variables . . .	60
4.10	Probability paper plot for PSD Type 1	61
4.11	Probability paper plot for PSD Type 3	62
4.12	PSD Type 1 : mechanical system response	64
4.13	PSD Type 2 : thermal response on piping wall	65
4.14	PSD Type 3 : double rectangles	65
4.15	COV calculated for PSD Type 1	66
4.16	COV calculated for PSD Type 2	67
4.17	COV calculated for PSD Type 3	67
4.18	Comparison of COV among different PSD types	68
4.19	Upper bound approximation of COV of S_e	70
4.20	Flowchart of reliability analysis by extended model	72
5.1	Fatigue test data for butt-welded straight pipes by Markl and Louisville	75
5.2	Life ratio r_N calculated from experimental data	75
5.3	Life ratio r_N plotted on lognormal probability paper	76
5.4	Comparison between SN curve and allowable stress	78
5.5	Contour lines of $\beta = 2, 3, 4, 5$ by proposed model	79
5.6	Values of β on allowable stress line by ASME code	80
5.7	Approximation curves for reliability-based design (Error < 2%) . . .	82
5.8	Procedure of reliability based design method	83
6.1	Contour lines of $\beta = 2, 3, 4, 5$ by Ayyub-Avrithi model	89
A.1	Discrete complex spectrum calculated from real data	99

表目次

3.1	Condition of reliability analysis	41
5.1	Value of stress reduction factor f	78
5.2	Condition of reliability analysis	79
5.3	Coefficients of approximation curves	82
6.1	Comparison between proposed model and model by Okajima	87
6.2	Condition of reliability analysis by Ayyub and Avrithi[2]	89

第1章

序論

本章では、研究の背景および目的について述べる。

1.1 研究の背景

1.1.1 疲労に対する設計

疲労破壊は、機器に生じうる破壊モードの中でもっとも考慮されなければならないものの一つであり、繰り返し荷重が生じるような機器の設計規格では必ず対象として想定されている。疲労設計は、繰り返し数が 10^7 回を超えるような領域の議論を行う高サイクル疲労設計と、 $10^3 \sim 10^5$ 回前後の領域を議論する低サイクル疲労設計の領域とに分けられる。前者は、生じる応力が、無限の繰り返し回数に耐える最大応力「疲労限」の高さを越えない事を主眼におく疲労限設計となるが、この領域の議論は疲労限の低さや繰り返し数の大きさから実設計という点ではあまり意味をもたないことが多い。故に、実用上の機器の設計という観点からは後者の低サイクル疲労が議論の中心となる。低サイクル疲労設計において重要なのが、ある応力レベルにおける破断繰り返し数を表現する S-N 線図である。S-N 線図は定振幅材料疲労試験の結果から求められるが、一定振幅における材料の疲労強度を与えるにとどまらず、線図をベースに Miner 則等の累積疲労損傷則を用いることで変動振幅荷重に対する評価をも可能にしている。[1]

しかしながら、実用ベースという観点から考えると累積損傷則を用いた検討は複雑すぎるといえる。供用期間中に発生する振幅やその具体的な回数を想定するのは困難であるし、累積疲労損傷度は設計変数として用いるには適さない。そこで、期間中に発生する変動応力はその期間内に想定される最大応力で代表し、期待されるサイクル数は起動停止回数などで見積もった簡易疲労評価が行われている [2][3]。この疲労設計法は簡便でありこれまで広く使われてきたが、実際は変動する荷重であるものを静的な荷重と同等とみなして評価していることから過剰な安全裕度が設定されている可能性が高いのは明らかである。しかしながら、それが原因で事故が発生するなどの目に見える問題は発生しないことから過剰強度が議論になることはほとんどなかった。

しかし、近年の価格競争激化や資源価格高騰、国内プラントの高経年化が進むにつれ、過剰強度のもたらすコスト増や安全裕度が見えないことによるプラント運用効率の低下が無視できない問題として現れ始め、現行設計法の問題点が議論されるようになってきた。それに伴い、疲労設計に存在する過剰強度を明らかにし、さらにその適正化を可能とする手法が求められるようになってきている。

1.1.2 許容応力設計法

物を設計するとき，物に発生すると想定される荷重に対してぎりぎりの設計を行うということはまず有り得ず，ある程度の余裕分を設定するのが普通である．この想定荷重に対する余裕の幅のことを安全裕度とよぶ．我が国における機器の設計においては，安全裕度を確保するために「安全率」という考え方が広く用いられてきた．安全率を用いて作用荷重を過大に見積もることにより，安全を確保するというアプローチである．安全率を用いた設計の概念は以下の式 (1.1) で表される．[4]

$$R \geq \alpha S \quad (1.1)$$

ここで， S は荷重ファクター， R は強度ファクター， α は安全率を表す．この設計法を，構造に生じる（安全率により過大評価された）応力が，使用材料に対し許容される応力を越えないようにする方法であるという意味で許容応力設計法と呼ぶ．ここで用いる安全率は理論的根拠に基づいて決められたものであるというよりも，過去の経験に基づいて「そうするもの」だとして決められている側面が強い．そのような意味で，この安全率を決定論的安全率もしくは経験的安全率と呼ぶ．許容応力設計法の大きな利点は，評価に必要な情報が安全率だけであるために評価が容易であるという点である．これは設計をする者に対してだけではなく，その設計を認可する規制者側についてもいえることであり，許容応力設計法が実際の設計の場で長年使われてきた理由の一つとなっている．先に述べた疲労設計も，最大応力を許容応力とみなし，実際に生じる応力との差を安全率として取り込んだ許容応力設計法であるといえる．

1.1.3 許容応力設計法の問題点

このように広く使われてきた許容応力設計法であるが，いくつかの問題点の存在も指摘されている．[4] 一つ目の問題点は，過剰な強度を生じやすいという点である．許容応力設計法における安全率は，図 1.1 に概念的に示すように，設計の各部分において幾重にも設定されていることが多い．この各部分の安全率が積み重なった結果，最終的に構造全体として荷重に対して持つ強度は非常に大きくなることが予想される．

二つ目の問題点は，安全率を用いた評価では安全裕度の程度が定量的に示されないために，先に指摘したような過剰強度を把握し有効利用する事が出来ないという点である．仮に構造物に設計時の想定を超えるような荷重が生じたとしても，安全裕度が設定されているため，ただちに構造が危険な状態になるとは限らない．場合によっては，使用条件を緩

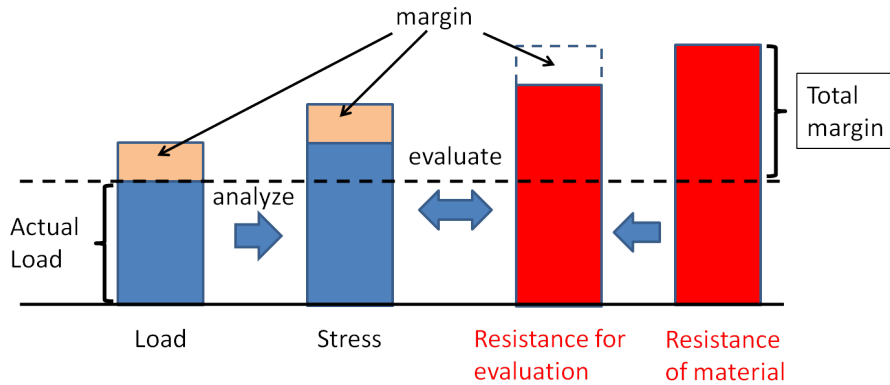


Fig. 1.1 Cumulation of safety margin by using allowable stress design

める等の対応をとることで機器の継続使用ができる可能性も考えられる。しかし安全率を用いた評価を行っている限り、安全/危険の二値的な判断しか行えないためそのような対応は実質的に不可能であり、機器の運用の柔軟性が低下してしまう。

三つ目の問題点は、設計の硬直化により設計者の意欲の低下を招いてしまうという点である。安全率を設定する必要があるのは、設計時に考慮するファクターに不確実性が存在するからだということができるが、逆にいえば、不確実性が非常に小さいと分かっているファクターに対する安全率は小さくても構わないともいえる。安全率が可変であるならば、ばらつきを小さくすることでより切り詰めた設計を目指すという選択肢を設計者に与えることができる。しかし、先に述べたように、現行の設計における安全率は実際に存在するばらつき具合とは無関係に決定論的・経験的に設定されているため、変更することは困難である。故に設計者の取りうるアプローチは限定され、ひいてはよりよい設計を目指すという意欲の減退を招いてしまう恐れがある。

疲労設計における過剰裕度はこれらの問題点が顕在化した典型的な例だといえる。この根本にあるのは、許容応力設計法および経験的安全率の持つ安全率の設定根拠が不明確であり、安全裕度の程度を定量的に示すことができないという特性であるため、よりよい設計法を開発するためにはこれらの点を改善した手法を用いる必要がある。

1.1.4 確率論的信頼性手法

確率論的アプローチをとることにより，安全裕度の定量的評価を可能とする手法が確率論的信頼性手法とよばれる手法である．従来の許容応力設計法が，あらかじめ定められた材料の許容応力と荷重により構造に生じる応力との大小関係を問題としているのに対し，確率論的信頼性手法は，材料の強度および生じる荷重の統計的情報から求められる破壊生起確率の大小を議論するものである．両手法の違いを図 1.2 に概念的に示す．手法の詳細は第 2 章に譲るが，この手法において安全評価に用いる指標は破壊生起確率 p_f および信頼性指標 β である．信頼性指標 β は p_f と下の式 (1.2) の関係があり， p_f が小さくなるほど β は大きくなる．

$$p_f \approx \Phi(-\beta) \quad (1.2)$$

なお， Φ は平均 0, 標準偏差 1 の正規累積分布関数（標準正規累積分布関数）である．確率論的信頼性手法を用いた安全評価の概念は，これらの指標を用いて以下のように表される．

$$p_f \leq p_a \text{ or } \beta \geq \beta_o \quad (1.3)$$

p_a は目標（許容）破壊生起確率， β_o は目標信頼性と呼ばれる量で，各々の破壊モードに対して影響度や経済性などを考慮して決定される．確率論的信頼性手法を用いることができれば，許容応力設計法の難点とされた，安全裕度が定量的に示されず安全率の設定の根拠が不明確であるという点が解消され，それに伴って生じていた数々の問題点の解決が期待される．

確率論的信頼性手法に基づく信頼性設計法はこれまで主に建築分野での導入が進んでいったが，近年では機械分野においても欧米の一部のメンテナンス規格に取り入れられるようになってきており，例として API-579/ASME FFS-1[5] や SINTAP[6] を挙げることができる．我が国においては未だ機械分野における導入事例はないが，高圧力分野 [7] をはじめ様々な分野において導入に向けた研究等が行われている．

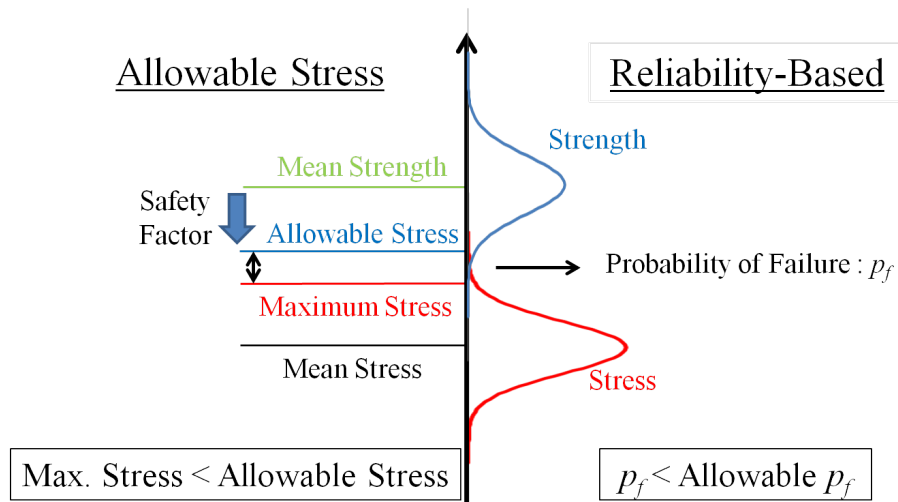


Fig. 1.2 Comparison between allowable stress design and reliability based design

1.1.5 過去の研究

疲労破壊に対して確率論的信頼性手法を適用する試みはこれまでも行われてきた。

長谷川 [8] は、有限要素法解析を用いて信頼性モデルを構築し、地震荷重を想定した非定常繰り返し荷重を受ける配管系を対象として定量的安全裕度評価を行った。その結果として、配管系は地震荷重に対して非常に大きな安全裕度をもつことを定量的に示している。また、Ayyub ら [2] は、疲労損傷次元の比較によって信頼性モデルを定義し、ランダム荷重疲労に対して定量的安全裕度評価を行うことを可能としている。しかし入力分布設定の明確な方法がないため、実設計へ応用するという部分ではまだ不十分な点が多い。

1.2 本研究の目的

確率論的信頼性手法を適用するためには破壊モードに対応した評価モデルが必要であるが、ランダム荷重による疲労に対して確立されたモデルは存在しない。よって本研究では、ランダム荷重疲労に対して信頼性評価モデルを提案し、さらにそのモデルを配管系に対して適用することで、定量的安全裕度評価に基づく配管疲労設計手法を開発することを目的とする。

1.3 本論文の構成

第1章では、本研究の背景および目的について述べる。

第2章では、本研究で用いる確率論的信頼性手法およびランダム過程のスペクトル解析の理論について述べる。

第3章では、本研究で提案するランダム荷重疲労に対する新しい信頼性評価モデルについて述べる。

第4章では、3章で提案したモデルにスペクトル解析の取り扱いを導入する事で、さらに一般性をもったモデルへと拡張する。

第5章では、提案したモデルを配管系へと適用する事により、現行設計規格の評価および信頼性設計法の提案を行う。

第6章では、本研究で提案したモデルと従来研究との比較を行う。

第7章では、本研究についての総括を行う。

第2章

理論

この章では、本研究で用いる確率論的信頼性手法およびランダム変動のスペクトル解析について述べる。

2.1 確率論的信頼性手法

本節の内容は，参考文献 [9][10] による．

2.1.1 破壊モードと限界状態関数

構造物は，過大荷重，経年劣化，疲労損傷などの要因でその機能を喪失することがある．この機能喪失の形態を，関与する物理現象や構造部材で分類したものを破壊モードといい，その種類としては材料の降伏，座屈，疲労破壊などを挙げることができる．一つの構造物について生じうる破壊モードは一般に複数あり，設計者はそれらの破壊モードが機器の供用条件下で起こらないように設計を行わなければならない．破壊モードは故障木解析（Fault Tree Analysis：FTA）などの手法によって抽出される．構造物の設計に当たって破壊モードの抽出を十分に行うことは，予期せぬ事故を防ぐために非常に重要な作業である．

確率論的信頼性手法においては，注目する破壊モードを特定し，その破壊モードの生起を数式表現で与えることが解析の出発点となる．この破壊条件を表現する数式表現を限界状態関数（Limit State Function）といい，破壊モードの生起に関わる設計パラメータを変数にもつ．そのような設計パラメータとしては作用荷重や構造寸法，材料強度などがあるが，一般にこれらのパラメータは不確実性をもつため，その値は確率変数として表現するのが適当である．設計パラメータを表す確率変数を X_1, X_2, \dots, X_n としたとき，限界状態関数 g が以下のように定義される．

$$\begin{aligned} g(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq 0 & \quad \text{破壊モードが生起する} \\ g(X_1, X_2, \dots, X_n) > 0 & \quad \text{破壊モードは生起しない} \end{aligned}$$

すなわち，限界状態関数 g の値が正である場合には破壊モードは生起せず，少なくともこのモードに対して構造物は安全であるが， g の値が 0 以下であるような場合には破壊モードが生起し，構造物は破壊することになる．なお，限界状態関数の形式は同一の問題に対して複数考えられるが，どのようなものであってもかまわない．また，実際の信頼性解析においては，すべての不確定要因を確率変数とする必要はなく他の要因に比べて十分にばらつきが小さいとみなせる要因は定数として扱ってもよい．限界状態関数は，材料力学の知見や，場合によっては有限要素法解析を用いるなどの方法で定義することとなる．

例として，棒の単純引張を考える．この時に起こりうる破壊モードは棒の破断である．棒の破断強度を R ，引張荷重を S と表すとき，破断は引張荷重 S が破断強度 R を上回っ

た場合に起こるので，限界状態関数 g は以下のようになり，図に示すと図 2.1 のようになる．

$$g(R, S) = R - S \tag{2.1}$$

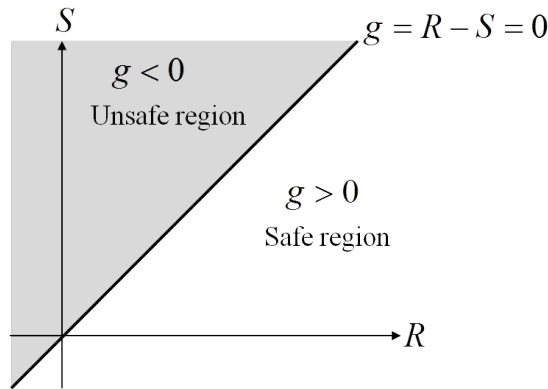


Fig. 2.1 Limit state function for Load-Resistance model

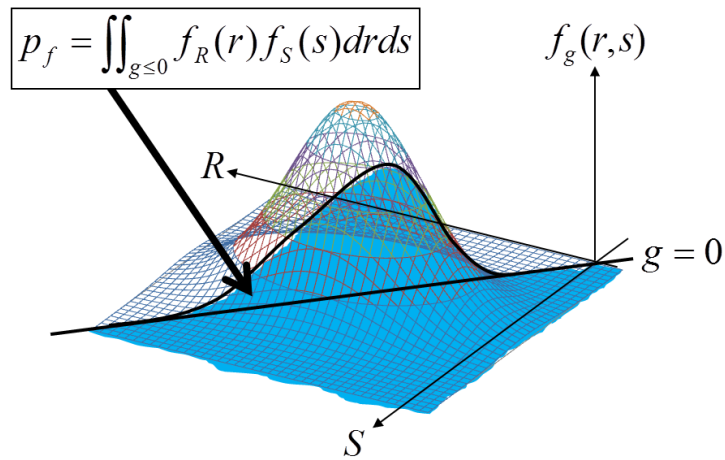


Fig. 2.2 Calculation of probability of failure

ここで， R と S が互いに相関のない確率変数で，各々の確率密度関数が $f_R(r)$ ， $f_S(s)$ と与えられている場合を考えると， $g(R, S)$ の分布を表す結合確率密度関数 $f_g(r, s)$ は両者の積 $f_R(r) \cdot f_S(s)$ となる．限界状態関数の定義により， g が負となる確率は破壊が起こる確率を表すことになるから，式 (2.1) の限界状態関数を用いて，破壊モード生起確率 p_f が式 (2.2) で計算できる．

$$p_f = \iint_{g \leq 0} f_R(r) f_S(s) dr ds \tag{2.2}$$

式 (2.2) を図で表したのが図 2.2 であり，色づけした部分の体積が破壊モード生起確率になる．より一般に，不確実性をもつ設計パラメータが X_1, X_2, \dots, X_n の n 個あり，限界状態関数 g が以下の式 (2.3) で表されている場合を考える．

$$g = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (2.3)$$

このとき， X_1, \dots, X_n の結合確率密度関数を $f_{1, \dots, n}(x_1, \dots, x_n)$ と表せば，二変数の場合と同様の議論で破壊正規確率 p_f が以下の式 (2.4) で計算できる．

$$p_f = \int \cdots \int_{g \leq 0} f_{1, \dots, n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \cdots dx_n \quad (2.4)$$

さらに， X_1, X_2, \dots, X_n がすべて独立で，各々の確率密度関数が $f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_n(x_n)$ と得られていれば

$$p_f = \int \cdots \int_{g \leq 0} f_1(x_1) \cdots f_n(x_n) dx_1 \cdots dx_n \quad (2.5)$$

と計算される．しかし，一般に多変数関数の結合確率密度関数を求めることはできず，仮に結合確率密度関数が求められたとしても式 (2.4) のような多重積分を解くことは困難である．そのため，破壊生起確率 p_f の算出には後述の FOSM 法やモンテカルロ法などの近似解法が用いられる．

2.1.2 一次近似信頼性手法と信頼性指標 β

限界状態関数が式 (2.3) のように得られているとき, g の値そのものを以下のように Z とおく.

$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (2.6)$$

g は確率変数による関数であるから Z も確率変数となり, X_1, \dots, X_n の分布を考慮すれば Z の分布を求めることができる. この Z の分布の確率密度関数を $f_Z(z)$ と表し, その平均値および標準偏差をそれぞれ μ_Z, σ_Z と表す. このとき破壊領域は $Z \leq 0$ であるから, 破壊正規確率 p_f は以下の式 (2.7) で計算される.

$$p_f = \int_{Z \leq 0} f_Z(z) dz = \int_{-\infty}^0 f_Z(z) dz \quad (2.7)$$

ここで, g が一次の関数で, かつ X_1, \dots, X_n のすべてが正規確率変数であると仮定する. このとき, Z も $N(\mu_Z, \sigma_Z)$ なる分布をもつ正規確率変数となる. 一般に, $N(\mu, \sigma)$ という分布をもつ正規確率変数 Y は以下の変換

$$Y_s = \frac{Y - \mu}{\sigma} \quad (2.8)$$

によって標準正規分布 $N(0, 1)$ をもつ標準正規確率変数 Y_s に変換される. この変換を Z に施し Z_s に変換すると, 式 (2.7) は

$$p_f = \int_{-\infty}^0 f_Z(z) dz = \int_{-\infty}^{-\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}} \phi(z_s) dz_s = \Phi\left(-\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}\right) \quad (2.9)$$

と書くことができる. なお, 式中の ϕ および Φ はそれぞれ標準正規分布の密度関数と分布関数を表し

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right), \quad \Phi(x) = \int_{-\infty}^x \phi(t) dt$$

である. 式 (2.9) 中の $\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}$ の部分を, 新しく

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \quad (2.10)$$

とおくと, 破壊生起確率 p_f が

$$p_f = \Phi(-\beta) \quad (2.11)$$

と表現できる. この β を信頼性指標といい, 破壊生起確率 p_f とともに信頼度の指標として用いることができる. 信頼性指標 β と破壊生起確率 p_f とは, すべての確率変数が正規

分布でありかつ限界状態関数が一次関数という限られた条件下においてのみ式 (2.11) のように等式で結ばれる．しかし一般にはこの条件は満たされないため，近似的に

$$p_f \approx \Phi(-\beta)$$

という関係になる．信頼性指標 β は図 2.3 から明らかなように， μ_Z と原点 (= 限界状態) 間の距離を標準偏差 σ_Z の何倍であるかという観点から表現した量である．このように信頼性指標 β を用いて破壊生起確率を表す手法を，一次近似信頼性手法 (First Order Reliability Method : FORM) という．

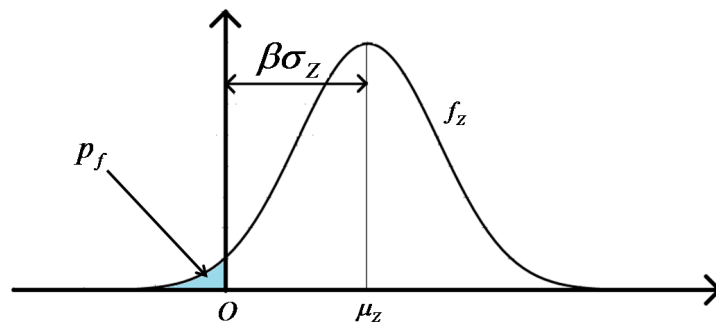


Fig. 2.3 Probabilistic distribution of Z and reliability index β

2.1.3 AFOSM 法

前述した FORM は， Z の平均値および標準偏差が分からないと用いることができない．しかし，解析的にこれらの値を求めることができるのは，すべての確率変数が正規分布かつ限界状態関数が一次関数であるという限られた条件下のみである．さらに一般的な条件下において破壊確率を評価するために開発された手法が FOSM(First Order Second Moment) 法および AFOSM(Advanced FOSM) 法である．FOSM 法は非線形な限界状態関数を一次近似する事によって信頼性指標による評価を可能にした方法であるが，同一問題であっても限界状態関数の形式によって β の値が変化してしまうという問題があるため，現在では使われることはほとんどない．この問題を解決し，さらに正規分布以外の分布をもつ確率変数の取り扱いを可能にしたのが AFOSM 法である．

設計点と信頼性指標 β

AFOSM 法においては，信頼性指標 β に新たな定義が与えられている．先と同様， n 個の確率変数 X_1, \dots, X_n に対し，限界状態関数が

$$g = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (2.12)$$

と定義されている場合を考える．もしすべての確率変数が正規確率変数かつ独立であるなら，式 (2.8) にあるような変換を各々の確率変数に対して施し標準正規確率変数 U_i に変換できる．

$$u_i = \frac{x_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (2.13)$$

なお， μ_{X_i} ， σ_{X_i} はそれぞれ X_i の平均値と標準偏差である．式 (2.12) の限界状態関数に対する $g = 0$ となるような限界状態曲面

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (2.14)$$

に含まれる各変数に，式 (2.13) の変換を施し，標準正規空間に写像する．

$$g'(U_1, U_2, \dots, U_n) = 0 \quad (2.15)$$

このように標準正規空間に写像された限界状態曲面上で，最も原点に近い点 U^* の事を設計点（破壊点や Most Probable Point : MPP と表記）といい，原点から設計点までの距離が AFOSM 法における信頼性指標 β と定義される．

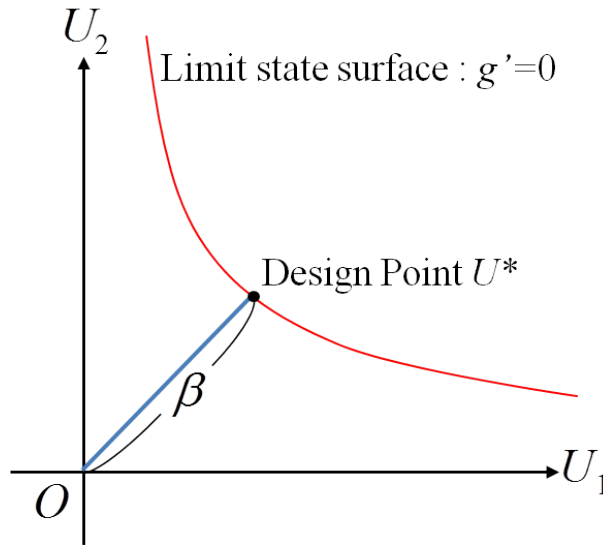


Fig. 2.4 Design point and reliability index β

$$\beta = \min \left(\sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2} \right), \text{ subject to } g'(u_1, u_2, \dots, u_n) = 0 \quad (2.16)$$

この定義による信頼性指標 β は、限界状態関数が線形かつすべての確率変数が正規分布である場合には FORM による定義 (2.10) と一致する。

正規裾野近似

AFOSM 法におけるもう一つの重要な処理は、正規分布以外の分布をもつ確率変数を等価な正規分布に変換する正規裾野近似である。AFOSM 法では、 β の算出に当たって式 (2.13) にある変換を施す必要があるが、この変換に用いる μ_{X_i} および σ_{X_i} はあくまで正規分布のパラメータであるため、正規分布でない確率変数に対してはなんらかの等価な値を与える必要が生じる。正規分布でない確率変数 X の分布を表す密度関数と分布関数をそれぞれ $f_X(x)$, $F_X(x)$ としたとき、下のように参照点 x_r における密度関数と分布関数の値がともに等しい正規分布 $N(\mu^N, \sigma^N)$ を考えることができる。

$$\frac{1}{\sigma^N} \phi \left(\frac{x_r - \mu^N}{\sigma^N} \right) = f_X(x_r) \quad (2.17)$$

$$\Phi \left(\frac{x_r - \mu^N}{\sigma^N} \right) = F_X(x_r) \quad (2.18)$$

この正規分布を「 X の分布に等価な正規分布」とみなし, そのパラメータ μ^N, σ^N をもって式 (2.13) の変換を行うのが正規裾野近似である. 概念を図 2.5 に示す. μ^N および σ^N は以下のようにして計算できる.

$$\sigma^N = \frac{\phi\{\Phi^{-1}[F_X(x_r)]\}}{f_X(x_r)} \tag{2.19}$$

$$\mu^N = x_r - \Phi^{-1}[F_X(x_r)]\sigma^N \tag{2.20}$$

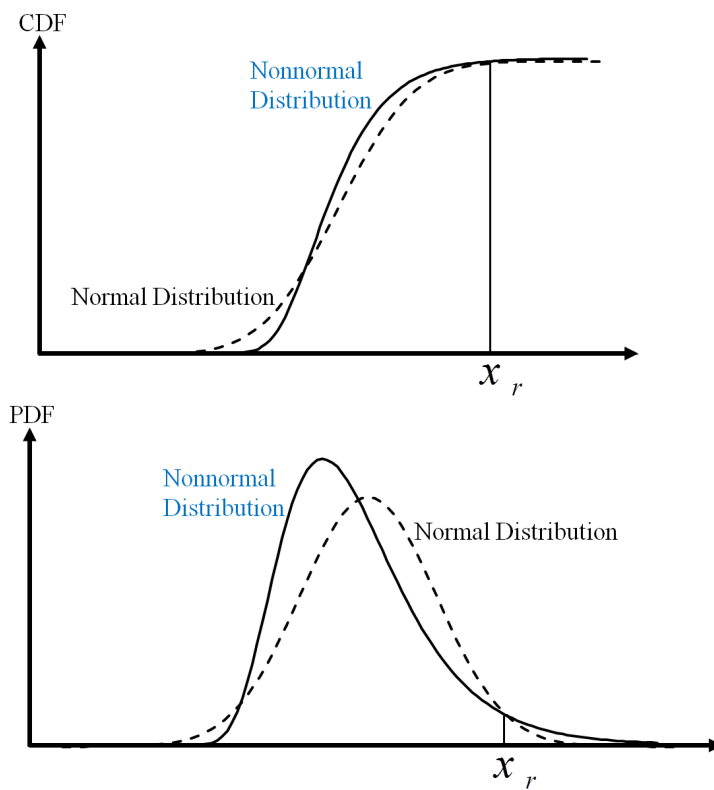


Fig. 2.5 Idea of equivalent normal transformation

HLRF 法

設計点 U^* の探索は制約条件付きの最適化問題であり，さまざまな解法が考えられる．その中でも最もよく用いられるのが，Hasofer と Lind によって開発され，Rackwitz と Fiessler らによって拡張された HLRF 法である．HLRF 法では以下の式により候補点を更新し，設計点の探索を行う．

$$u_i^{k+1} = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \left\{ \frac{\partial g'}{\partial U_j} \Big|_{U=u^k} \right\}^2} \left[\sum_{j=1}^n \left\{ \frac{\partial g'}{\partial U_j} \Big|_{U=u^k} u_j^k \right\} - g'(u_1^k, \dots, u_n^k) \right] \frac{\partial g'}{\partial U_i} \Big|_{U=u^k} \quad (2.21)$$

式中 $\frac{\partial g'}{\partial U_i} \Big|_{U=u^k}$ は， g' を U_i で偏微分したのち各 U_i に u_i^k を代入して得られる値を示す．また， k はイタレーション回数を表している． X_1, \dots, X_n に対する初期値としては各変数の平均値を設定するのが一般的であるが，任意に設定する事が可能である．イタレーションの終了は，得られた設計点候補 (x_1, \dots, x_n) に対する限界状態関数 g の値が十分に小さくなっていることと，設計点更新前後における信頼性指標 β の変化が十分小さくなっていることの2点をもって判定される．

$$g(x_1, \dots, x_n) < \epsilon \quad (2.22)$$

$$|\Delta\beta| = |\beta^{k+1} - \beta^k| < \delta \quad (2.23)$$

HLRF 法による設計点探索アルゴリズムのフローチャートを図 2.6 に示す．本研究ではこの HLRF 法を用いて信頼性解析を行う．

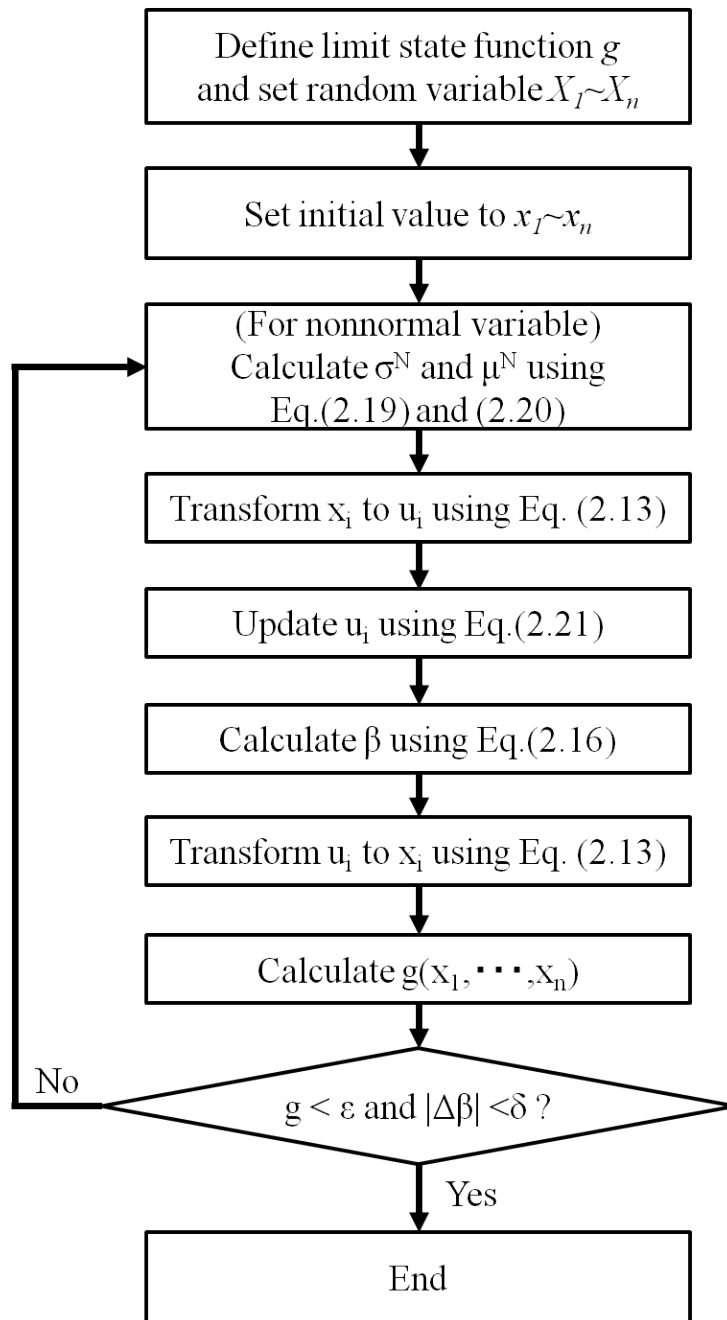


Fig. 2.6 Flowchart of HLRF method

2.2 ランダム変動のスペクトル解析

本論文第4章では，スペクトル解析を用いた疲労現象の取り扱いを行う．そこで用いる理論についてこの章で述べる．[11][12][13][14]

2.2.1 パワースペクトル密度

エルゴード性をもつ定常確率過程 $X(t)$ に対して，自己相関関数 $R(t)$ が以下のように定義できる．

$$R(t) = E[X(t) \cdot X(t + \tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t + \tau)dt \quad (2.24)$$

この自己相関関数 $R(t)$ に対し，そのフーリエ変換としてパワースペクトル密度 (以下 Power Spectrum Density : PSD と表記) $S(\omega)$ が定義される．

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau \quad (2.25)$$

PSD $S(\omega)$ は実数非負値偶関数であり， $S(-\omega) = S(\omega)$ となる． $S(\omega)$ は $(-\infty, \infty)$ で定義されているが，物理的には $[0, \infty)$ で定義する方が便利であるため，そのような PSD として片側 PSD $G(\omega)$ が以下のように定義されている．

$$G(\omega) = 2S(\omega) \quad \text{for } [0, \infty) \quad (2.26)$$

PSD をある区間で積分したものはその範囲の周波数成分のもつパワーを表しており， $S(\omega)$ と $G(\omega)$ では区間全体に対するパワーが等しくなるようになっている．

$$E[|x(t)|^2] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} 2S(\omega)d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} G(\omega)d\omega \quad (2.27)$$

PSD に対する逆変換は以下のように定義される．

$$R(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)e^{i\omega\tau}d\omega \quad (2.28)$$

式 (2.25) と (2.28) は Wiener-Khintchine 関係式とよばれる．

いま，定常確率過程 $Y(t)$ が，インパルス応答 $h(t)$ をもつような系に入力波形として入力され，出力が定常応答 $Z(t)$ として得られている場合を考える．このとき，系の周波数

応答関数 $H(\omega)$ がインパルス応答 $h(t)$ のフーリエ変換として計算できる。

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.29)$$

このとき、応答 $Z(t)$ の PSD $S_Z(\omega)$ は、入力 PSD $S_Y(\omega)$ と周波数応答関数 $H(\omega)$ を用いて以下のように書ける。導出については参考文献 [11] を参照。

$$S_Z(\omega) = |H(\omega)|^2 S_Y(\omega) \quad (2.30)$$

2.2.2 パワースペクトル密度のモーメントと定常確率過程のパラメータ

$X(t)$ を平均値 0 の定常確率過程とし、その PSD を $S(\omega)$ とする。このとき $S(\omega)$ の i 次モーメント λ_i を以下のように定義する。

$$\lambda_i = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\omega|^i S(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \omega^i 2S(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \omega^i G(\omega) d\omega \quad (2.31)$$

このとき、式 (2.28) から

$$R(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^0 d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega = \lambda_0 \quad (2.32)$$

なお、 $R(t) = E[X(t) \cdot X(t + \tau)]$ であるから

$$R(0) = \lambda_0 = E[X(t) \cdot X(t)] = \sigma_X^2 \quad (2.33)$$

である。同様に $R''(\tau)$ について考えると

$$\begin{aligned} R''(\tau) &= \frac{d^2}{d\tau^2} E[X(t) \cdot X(t + \tau)] \\ &= \frac{d}{d\tau} E[X(t) \cdot \dot{X}(t + \tau)] \\ &\equiv \frac{d}{d\tau} E[X(t - \tau) \cdot \dot{X}(t)] \\ &= -E[\dot{X}(t - \tau) \cdot \dot{X}(t)] = -E[\dot{X}(t) \cdot \dot{X}(t + \tau)] \end{aligned}$$

であり、また

$$\begin{aligned} R''(\tau) &= \frac{d^2}{d\tau^2} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \\ &= -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \end{aligned}$$

であるから， $R''(0)$ は

$$R''(0) = -E[\dot{X}(t) \cdot \dot{X}(t)] = -\sigma_{\dot{X}}^2 = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S(\omega) d\omega = -\lambda_2 \quad (2.34)$$

と表すことができ

$$\sigma_{\dot{X}}^2 = \lambda_2 \quad (2.35)$$

となる．同様にすると

$$\sigma_{\ddot{X}}^2 = \lambda_4 \quad (2.36)$$

であることがわかる．なお，

$$R'(\tau) = \frac{d}{d\tau} E[X(t) \cdot X(t+\tau)] = E[X(t) \cdot \dot{X}(t+\tau)] \quad (2.37)$$

の関係式に対し，自己相関関数 $R(\tau)$ が連続偶関数であり 0 における微分値が常に 0 であることを利用すれば

$$R'(0) = E[X(t) \cdot \dot{X}(t)] = 0 \quad (2.38)$$

となり， $X(t)$ と $\dot{X}(t)$ が無相関であることが示される．

2.2.3 定常正規過程

定常正規過程の定義

定常確率過程 $X(t)$ のうち、任意の時間 t_i における値 $x_i = x(t_i)$ の分布の密度関数が式 (2.39) のような正規分布になり、また任意の 2 時刻 t_i, t_j における値 $x_i(t), x_j(t)$ の結合確率密度関数が式 (2.40) のような結合正規分布で与えられるとき、 $X(t)$ は定常正規過程という。

$$f(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x_i - \mu_X)^2}{2\sigma_X^2}\right) \quad (2.39)$$

$$f(x_i, x_j | \tau) = \frac{\exp\left\{-\frac{(x_i - \mu_X)^2 - 2\rho_{ij}(\tau)(x_i - \mu_X)(x_j - \mu_X) + (x_j - \mu_X)^2}{2\{1 - \rho_{ij}^2(\tau)\}\sigma_X^2}\right\}}{(\sqrt{2\pi}\sigma_X)^2 \sqrt{1 - \rho_{ij}^2(\tau)}} \quad (2.40)$$

ただし、 $\mu_X, \sigma_X, \tau = x_i - x_j$ はそれぞれ $X(t)$ の平均値、 $X(t)$ の標準偏差、および x_i と x_j との時間差であり式 (2.39) および (2.40) はこの 3 変数のみの関数となる。これ以後、 $\mu_X = 0$ という仮定で議論を行う。このとき、 σ_X および相関係数 $\rho_{ij}(\tau)$ は以下のように計算される。

$$\sigma_X = \sqrt{E[X^2(t)]} = \sqrt{R(0)} \quad (2.41)$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega} \quad (2.42)$$

$$\rho_{ij}(\tau) = \frac{R(\tau)}{\sigma_X^2} \quad (2.43)$$

零値通過頻度

$\mu_X = 0$ の定常正規過程 $X(t)$ について、その値 $x_i(t)$ がある値 β を正方向 (β より低い側から高い側に) に横切る頻度 $\nu^+(\beta)$ を考える。ある時間 $t \sim t + dt$ 間に横切るとすれば、 $x(t) < \beta$ であることと、速度 $\dot{x}(t)$ が $\beta - x(t)$ を dt 間で移動する速度よりも速いことを同時に満たす確率なので

$$\nu^+(\beta)dt = P\left[\left\{x(t) < \beta\right\} \cap \left\{\dot{x}(t) > \frac{\beta - x(t)}{dt}\right\}\right] \quad (2.44)$$

と表せる。 $\nu^+(\beta)dt$ を求めるには $x(t)$ と $\dot{x}(t)$ の同時確率密度関数 $f_{X\dot{X}}(x, \dot{x})$ をもとめ、 $\beta - \dot{x}dt \leq x \leq \beta$ と $0 \leq \dot{x}$ の範囲で積分すればよい。

$$\nu^+(\beta)dt = \int_0^{\infty} \int_{\beta - \dot{x}dt}^{\beta} f_{X\dot{X}}(x, \dot{x}) dx d\dot{x} \quad (2.45)$$

微小時間 dt 間で \dot{x} は一定とみなせば

$$\nu^+(\beta) = \int_0^\infty \dot{x} f_{X\dot{X}}(\beta, \dot{x}) d\dot{x} \quad (2.46)$$

$X(t)$ が標準正規過程のとき， $\dot{X}(t)$ もまた標準正規過程になる．式 (2.38) にあるように両者には相関がないため，同時確率密度関数は

$$f_{X\dot{X}}(x, \dot{x}) = f_X(x)f_{\dot{X}}(\dot{x}) = \frac{1}{2\pi\sigma_X\sigma_{\dot{X}}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_X^2} + \frac{\dot{x}^2}{\sigma_{\dot{X}}^2}\right)\right\} \quad (2.47)$$

と表せる．式 (2.33)(2.35)(2.36) の各種パラメータのモーメント表現を用い，式 (2.47) を式 (2.46) の積分に代入すると

$$\nu^+(\beta)dt = dt \int_0^\infty \dot{x} \frac{1}{2\pi\sqrt{\lambda_0\lambda_2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\beta^2}{\lambda_0} + \frac{\dot{x}^2}{\lambda_2}\right)\right\} d\dot{x} \quad (2.48)$$

積分を実行すれば

$$\nu^+(\beta) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_0}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\beta^2}{\lambda_0}\right)\right\} \quad (2.49)$$

ゆえに，正勾配零値通過頻度は $\beta = 0$ として

$$\nu^+(0) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_0}} \quad (2.50)$$

と表すことができる．

極大値・極小値の分布

$\mu_X = 0$ の定常正規過程 $X(t)$ について， $(t, t + dt)$ の時間内で $(\beta, \beta + d\beta)$ の範囲に極大値が存在する条件は，以下の3項目を満たすことである．

- 曲線が上に凸である
- dt 間に速度の方向が正から負に変わる
- 極大値が $(\beta, \beta + d\beta)$ の範囲に存在する

極大値をとる時刻 $t + dt'$ を， $\dot{x}(t)$ が0になるまでの時間として近似的に

$$t + dt' \approx t + \frac{\dot{x}(t)}{|\ddot{x}(t)|} \quad (2.51)$$

と表すことができるため，極大値に関しても近似的に

$$x(t + dt') \approx x(t) + \dot{x}(t)dt' = x(t) + \frac{\dot{x}^2(t)}{|\ddot{x}(t)|} \quad (2.52)$$

と表現できる．故に上の3条件は数式で次のようにかける．

- $\ddot{x}(t) < 0$
- $0 < \dot{x}(t) < |\ddot{x}(t)|dt$
- $\beta < x(t) + \frac{\dot{x}^2(t)}{|\ddot{x}(t)|} < \beta + d\beta$

三変数の同時確率密度関数 $f_{X\dot{X}\ddot{X}}(x, \dot{x}, \ddot{x})$ をこの範囲について積分すれば, $(t, t + dt)$ の時間内で $(\beta, \beta + d\beta)$ の範囲に極大値が存在する確率 $p(\beta)d\beta dt$ が求められる．

$$p(\beta)d\beta dt = \int_{-\infty}^0 d\ddot{x} \int_0^{|\ddot{x}(t)|dt} d\dot{x} \int_{\beta - \frac{\dot{x}^2(t)}{|\ddot{x}(t)|}}^{\beta + d\beta - \frac{\dot{x}^2(t)}{|\ddot{x}(t)|}} dx f_{X\dot{X}\ddot{X}}(x, \dot{x}, \ddot{x}) \quad (2.53)$$

x と \dot{x} について, それぞれこの積分領域における変化が少ないとして積分すれば

$$p(\beta) = \int_{-\infty}^0 |\ddot{x}(t)| f_{X\dot{X}\ddot{X}}(\beta, 0, \ddot{x}) d\ddot{x} \quad (2.54)$$

$f_{X\dot{X}\ddot{X}}(x, \dot{x}, \ddot{x})$ は, 三変数すべての平均値が0になり, かつ相関もないことから次のように得られる．(詳細は参考文献 [11] 参照)

$$f_{X\dot{X}\ddot{X}}(x, \dot{x}, \ddot{x}) = \frac{\exp\left\{-\frac{\lambda_2\lambda_4x^2 + (\lambda_0\lambda_4 - \lambda_2^2)\dot{x}^2 + 2\lambda_2^2x\dot{x} + \lambda_0\lambda_2\ddot{x}^2}{2\lambda_2(\lambda_0\lambda_4 - \lambda_2^2)}\right\}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}\sqrt{\lambda_2(\lambda_0\lambda_4 - \lambda_2^2)}} \quad (2.55)$$

この式を式 (2.54) の積分に代入すると, 次の式が得られる．

$$p(\beta) = \frac{\sqrt{\lambda_2(\lambda_0\lambda_4 - \lambda_2^2)}e^{-\frac{\lambda_4\beta^2}{2(\lambda_0\lambda_4 - \lambda_2^2)}} + \beta\lambda_2^2\sqrt{\frac{\pi}{2\lambda_0\lambda_2}}\left\{1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\lambda_2\beta}{\sqrt{2\lambda_0(\lambda_0\lambda_4 - \lambda_2^2)}}\right)\right\}e^{-\frac{\beta^2}{2\lambda_0}}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}\lambda_0\lambda_2} \quad (2.56)$$

ただし, erf は誤差関数

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du \quad (2.57)$$

である．式 (2.56) を用いて, β より大きい極大点数の単位時間あたりの期待値 $\nu_p^+(\beta)$ は

$$\nu_p^+(\beta) = \int_{\beta}^{\infty} p(\beta) d\beta \quad (2.58)$$

で計算できる．範囲を限定しない極大点数の単位時間あたり期待値 ν_p^+ は上式で $\beta \rightarrow -\infty$ とすれば得られ

$$\nu_p^+ = \nu_p^+(-\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} p(\beta) d\beta$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_{-\infty}^{\infty} d\beta \int_{-\infty}^0 |\ddot{x}(t)| f_{X\dot{X}\ddot{X}}(\beta, 0, \ddot{x}) d\ddot{x} \\
 &= \int_{-\infty}^0 |\ddot{x}(t)| d\ddot{x} \int_{-\infty}^{\infty} f_{X\dot{X}\ddot{X}}(\beta, 0, \ddot{x}) d\beta \\
 &= \int_{-\infty}^0 |\ddot{x}(t)| f_{\dot{X}\ddot{X}}(0, \ddot{x}) d\ddot{x} \tag{2.59}
 \end{aligned}$$

式 (2.59) は，式 (2.46) において $\beta = 0$ としたものと対応しており，負勾配で 0 を通過する単位時間あたり平均回数を表していることが分かる．これは正勾配零値通過頻度と本質的に同じであるから，同様の議論から

$$\nu_p^+ = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda_4}{\lambda_2}} \tag{2.60}$$

と求めることができる． ν_p^+ は単位時間当たりの極大点数の期待値， $p(\beta)d\beta$ は単位時間当たりの極大点が $(\beta, \beta + d\beta)$ の範囲にある個数の期待値であるから，任意のある一つの極大値が $(\beta, \beta + d\beta)$ の範囲にある確率を

$$\frac{p(\beta)}{\nu_p^+} d\beta \tag{2.61}$$

で計算できることになる．この式のうち $\frac{p(\beta)}{\nu_p^+}$ は密度関数に当たるから，これを $f_p^+(\beta)$ とかくと，それは極大点の分布の密度関数となる． ν_p^+ と $p(\beta)d\beta$ の式を代入して整理すると， $f_p^+(\beta)$ が下のようになれる．

$$f_p^+(\beta) = \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{2\pi\sigma_X^2}} e^{-\frac{\beta^2}{2(1-\alpha^2)\sigma_X^2}} + \frac{\alpha\beta}{\sigma_X^2} \Phi\left\{\frac{\alpha\beta}{\sqrt{(1-\alpha^2)\sigma_X^2}}\right\} e^{-\frac{\beta^2}{2\sigma_X^2}} \tag{2.62}$$

ただし， Φ は標準正規確率分布関数である．なお，極小値の分布 $f_p^-(\beta)$ は， $f_p^+(-\beta)$ に一致する．式中の α は，正勾配零値通過頻度 $\nu^+(0)$ と極大点頻度 ν_p^+ との比であり

$$\alpha = \frac{\nu^+(0)}{\nu_p^+} = \frac{\sigma_{\dot{X}}^2}{\sigma_X \sigma_{\ddot{X}}} = \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_0 \lambda_4}} \tag{2.63}$$

と計算される．この α を規則度指数 (Regularity Index) といい，狭帯域波であるほど 1 に近づき，広帯域になるほど 0 に近づいていく．この値は直接上の定義式を計算しても得られるが，収束性が悪い．そのため，実波形が得られている場合には，直接極大値数と正勾配零値通過数を数え比をとるのも有効である．なお，極大値分布 $f_p^+(\beta)$ は $\alpha \rightarrow 1$ の極限ではレイリー分布

$$f_p^+(\beta) = \frac{\beta}{\sigma_X^2} \exp\left(-\frac{\beta^2}{2\sigma_X^2}\right) \tag{2.64}$$

に近づき，逆に $\alpha \rightarrow 0$ の極限では正規分布

$$f_p^+(\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_X} \exp\left(-\frac{\beta^2}{2\sigma_x^2}\right) \quad (2.65)$$

に近づいていく．規則度指数によって $f_p^+(\beta)$ の形状が変化の様子を図 2.7 に示す．[14]

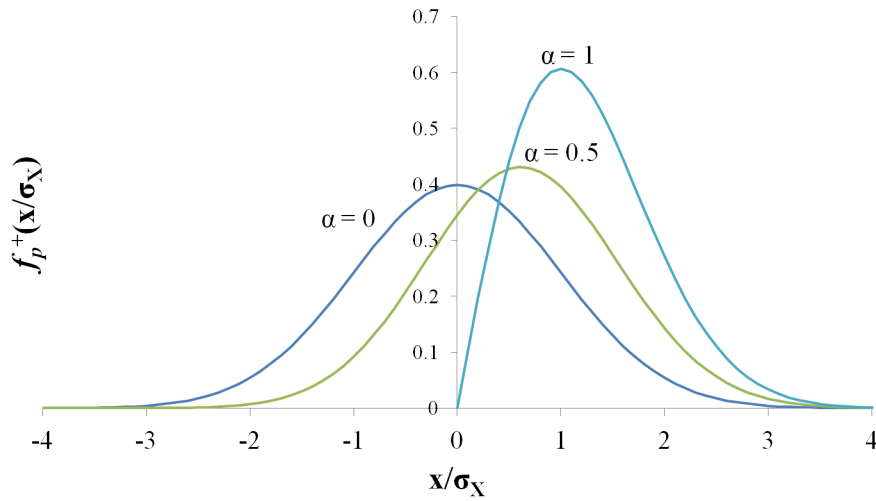


Fig. 2.7 Shape of $f_p^+(x)$ for several value of α

第3章

ランダム荷重疲労に対する信頼性評価モデルの構築

本章では、ランダム荷重に対する新しい信頼性モデルの提案を行う。

3.1 疲労信頼性モデルの構築

3.1.1 不确实要因

ランダム荷重疲労に関わる不确实性をもつパラメータは、荷重側のファクターとなるランダム入力荷重、および強度側のファクターとなる疲労強度である。疲労強度のばらつきに関して、それが最適疲労曲線のばらつきに依っていると考えることもできれば、疲労強度そのものがばらつくことと捉えることも可能であるし、両方を合わせたものとみることでもできる。本モデルでは、強度に関わるばらつきは疲労寿命 N_f のばらつきに一本化して考えることとする。

3.1.2 ランダム荷重の取り扱い

実荷重に対する疲労評価においては、まずはじめにサイクル計数法 [1] を用いることでランダムな荷重の振幅履歴が振幅 s_i とその繰り返し回数 n_i の組み合わせに分解される。そしてその結果に対して Miner 則 [15][16] を用いることで累積疲労損傷度が計算され、評価が可能になる。しかしながら信頼性モデルへランダム疲労を取り込むことを考える場合、出現する変数の個数が限定されない上にむやみに確率変数の数を増やすことになるため、直接この手続きを用いるのは現実的ではない。もっとも簡単なのは、ランダム荷重を何らかの形で一つの変数で代表して表すことである。そのような変数として、本研究では式 (3.1) で定義される等価応力 S_e を用いる。

$$\sum_i \frac{n_{S_i}}{N_f(S_i)} = \frac{n_{\text{total}}}{N_f(S_e)} \quad (3.1)$$

ここで、

$$\begin{aligned} n_{S_i} &: \text{応力範囲 } S_i \text{ の繰り返し回数} \\ N_f(S_i) &: \text{応力範囲 } S_i \text{ に対する破壊繰り返し回数} \\ n_{\text{total}} &= \sum_i n_{S_i} \end{aligned}$$

である。等価応力は応力範囲で定義される。つまりこの等価応力 S_e は、ランダム荷重に対して Miner 則を用いて評価したときの疲労損傷と等しい疲労損傷を、ランダム荷重の合計繰り返し回数で与えるような一定応力範囲の荷重である。この等価応力を用いることで、ランダム荷重を疲労信頼性モデルへ導入する事が容易となる。

3.1.3 等価繰返し数の概念

ばらつきをもつパラメータとして等価応力 S_e および疲労強度 N_f が導入されたが、等価応力が応力の次元をもつのに対し、疲労強度は繰返し回数の次元をもつため、限界状態関数を定義するためにはどちらか一方のばらつきをもう一方に変換する必要が生じる。そこで本研究では、等価応力のばらつきを繰返し回数の次元に変換することで限界状態関数を構築することとした。以降の議論において、最適疲労曲線は両対数グラフ上で直線となる式 (3.2) の形式をもつものに限定した議論を行う。

$$N_f = \left(\frac{A}{S} \right)^m \quad (3.2)$$

いま、信頼度を検証する点として安全照査点 (N, S_{em}) を考える。なお、 S_{em} は等価応力 S_e の分布の平均値である。このとき、等価応力分布の実現値 S_e を N 回負荷したときの疲労損傷と、等価応力分布の平均値 S_{em} を N_{eq} 回負荷したときの疲労損傷が等しくなるような、ある繰返し回数 N_{eq} を計算する事ができる。式で表すと以下のようなになる。

$$\left(\frac{S_e}{A} \right)^m N = \left(\frac{S_{em}}{A} \right)^m N_{eq} \quad (3.3)$$

この N_{eq} を応力範囲 S_e に対する等価繰返し数とよぶ。等価繰返し数 N_{eq} と疲労強度 N_f を用いれば、ランダム荷重疲労に対する限界状態関数が式 (3.4) で定義できる。

$$g = N_f - N_{eq} \quad (3.4)$$

以上の信頼性評価モデルの概念を図 3.1 に示す。

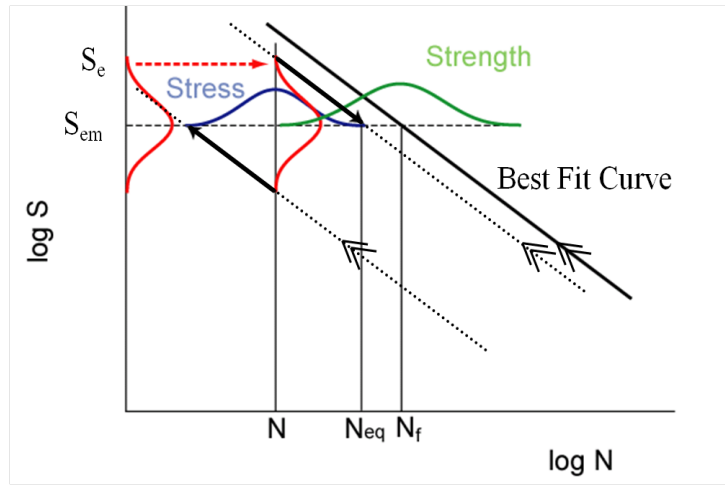
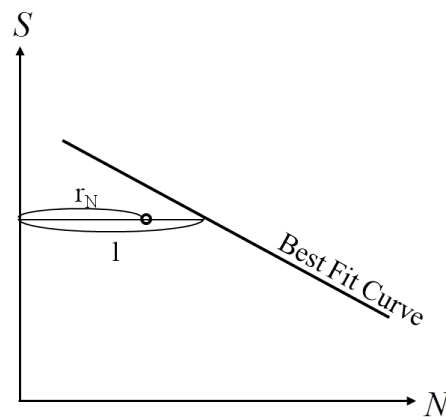


Fig. 3.1 Reliability model for random loading fatigue on N dimension

3.1.4 疲労試験データの取り込み

このモデルを用いる利点の一つは、疲労強度 N_f という疲労試験から直接計測できる量が限界状態関数のパラメータとして与えられるという点である。疲労試験は一定振幅に対して行われるのが一般的であり、ランダム荷重に対応したものではない。しかしながら、八木らの研究 [17] によれば、ランダム荷重に対して計測される疲労強度のばらつきは一定振幅下におけるそれと同等であることが明らかになっており、一定振幅疲労試験の結果をランダム荷重に利用することは可能であると考えられる。本モデルでは安全照査点ごとに分布形を仮定するため、疲労強度のばらつきは最適疲労曲線の値との比で定義しておくのが便利である。疲労試験における破断データ (N_i, S_i) に対し、寿命比 r_N が以下の式 (3.5) で定められる。

$$r_N = \frac{\text{破断サイクル数}}{S_i \text{ における最適曲線の値}} = \frac{N_i}{N_f(S_i)} = \frac{N_i}{(A/S_i)^m} \quad (3.5)$$

Fig. 3.2 Definition of life ratio r_N

3.1.5 解析

実際に信頼性解析をするにあたっては、式 (3.4) に示されるモデル上の限界状態関数を具体的なパラメータを与えるのに適した形式に変形する必要が生じる。まず、疲労寿命 N_f のばらつきを先に定義した寿命比 r_N で表す。いま、安全照査点として (N, S_{em}) を想定すると、その応力範囲レベル S_{em} に対応した疲労寿命が以下の式 (3.7) のように計算できる。

$$r_N = \frac{N_f}{(A/S_{em})^m} \quad (3.6)$$

$$N_f = \left(\frac{A}{S_{em}} \right)^m r_N \quad (3.7)$$

次に、等価繰返し数 N_{eq} の具体的表現を検討する。式 (3.3) を変形すれば、安全照査点 (N, S_{em}) に対し

$$N_{eq} = \left(\frac{S_e}{S_{em}} \right)^m N \quad (3.8)$$

となる。

以上計算された具体的表現式 (3.7)(3.8) を式 (3.4) に代入すれば

$$g = \left(\frac{A}{S_{em}} \right)^m r_N - \left(\frac{S_e}{S_{em}} \right)^m N \quad (3.9)$$

と変形される。ここで、限界状態関数の定義は「破壊が起こる場合に値が 0 以下になる関数」であるため、式 (3.9) の共通分母は評価に影響しない。共通分母 S_{em}^m を払えば

$$g = A^m r_N - S_e^m N \quad (3.10)$$

となる。この式 (3.10) の各変数に対して値を設定し HLRF 法を用いれば、安全照査点 (N, S_{em}) に対し信頼性指標 β が計算できることになる。

3.2 モデルの特徴

3.2.1 等信頼度線と最適疲労曲線

計算された β の値が等しい安全照査点をつなぐことにより，等信頼度線を応力-繰返し回数グラフ (S-N グラフ) 上に描くことができる．図 3.3 は等信頼度線を用いて表示した計算結果の一例である．式 (3.2) の形式をもつ最適疲労曲線として，ここでは Markl らによる配管疲労試験 [18] より得られたものを用いた．計算条件は表 3.1 に示す通りであり，図中には解析に用いた最適疲労曲線を同時に表示している．式 (3.10) の形から予想されるように，等信頼度線は両対数グラフ上で平行となる．対数軸上で距離が等しいことは倍率が等しいことを表しているため，ある安全照査点における信頼性指標 β の値は，応力軸方向に見たときの最適疲労曲線と照査点の値の比 r (図 3.4 参照) によって一意に定まることが分かる．この r を極限応力比と呼ぶことにする．極限応力比 r と信頼性指標 β の関係はグラフに表すことができ，これを $r - \beta$ 線図とよぶことにする．図 3.3 の計算結果に対して求められる $r - \beta$ 線図は図 3.5 のようになる．

Table 3.1 Condition of reliability analysis

Limit state function : $g = A^m r_N - S_e^m N$ [Eq.(3.10)]

Variable	Mean	COV	Distribution Type
A	3,379(MPa)	-	Const.
m	5	-	Const.
r_N	1.0	0.4	Lognormal
S_e	S_{em}	0.4	Normal
N	10^1 - 10^6	-	Const.

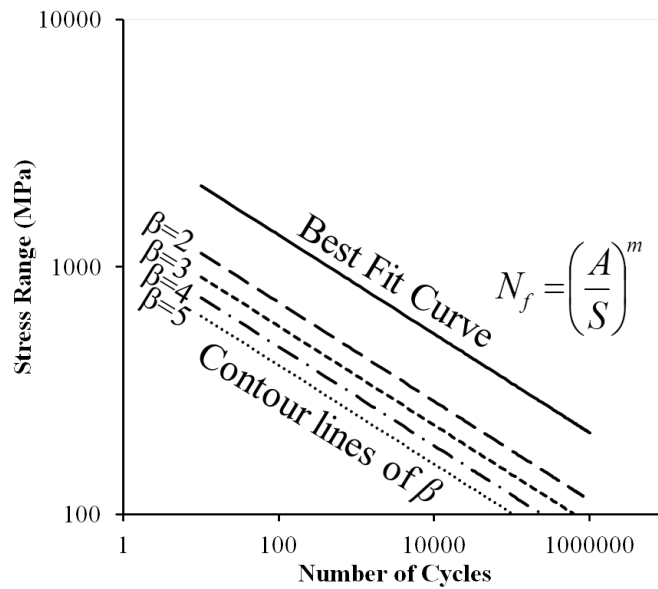


Fig. 3.3 Example of reliability analysis using proposed model

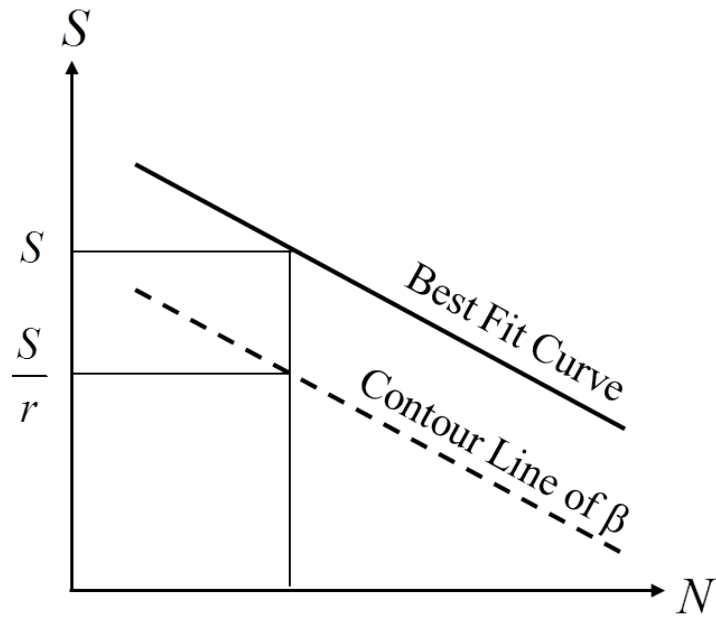


Fig. 3.4 Definition of r

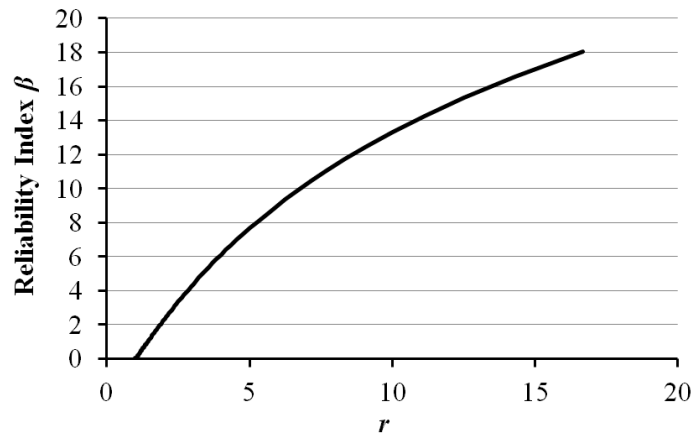


Fig. 3.5 $r - \beta$ diagram calculated by the example

3.2.2 パラメータの与える影響

$r - \beta$ 線図は、最適疲労曲線のパラメータ m の値および S_e と r_N の分布に対するばらつきとの与え方によって変化する。この傾向について検討するため、各々のパラメータを変化させて $r - \beta$ 線図を計算した。その結果をならべて表示したのが図 3.6 であり、縦方向には m の値を変化させたときに得られたグラフを、横方向には等価応力 S_e の変動係数 (Coefficient of Variation : COV) を変化させたときに得られたグラフをそれぞれ並べてあり、各々のグラフ中にはさらに r_N の COV を変化させたときの線図が 3 通り表示されている。

すべての場合に共通する一般傾向として、 S_e と r_N の COV が大きくなると同じ r の値に対する信頼性指標 β の値が小さくなることがわかる。これは、変数のばらつきが大きくなったとき、同じ信頼度を確保するためには平均値をより小さく設定しなければならないということを表しており、直感とも一致した結果になっているといえる。

次に、それぞれのパラメータの変化に対する変化傾向の違いについて注目する。 S_e の COV を大きくしていったとき (横方向に並べたグラフ間の比較)、 $m=5$ の場合は r_N の COV 変化に対する線図の変化が小さくなっていくのに対し、 $m=1$ の場合はその依存性にほとんど変化がない事が読み取れる。つまり、 m の値が大きい場合は等価応力のばらつきに対する感度が大きくなり、 $m=1$ のように値が小さい場合は疲労損傷の感度が大きくなる事が分かる。

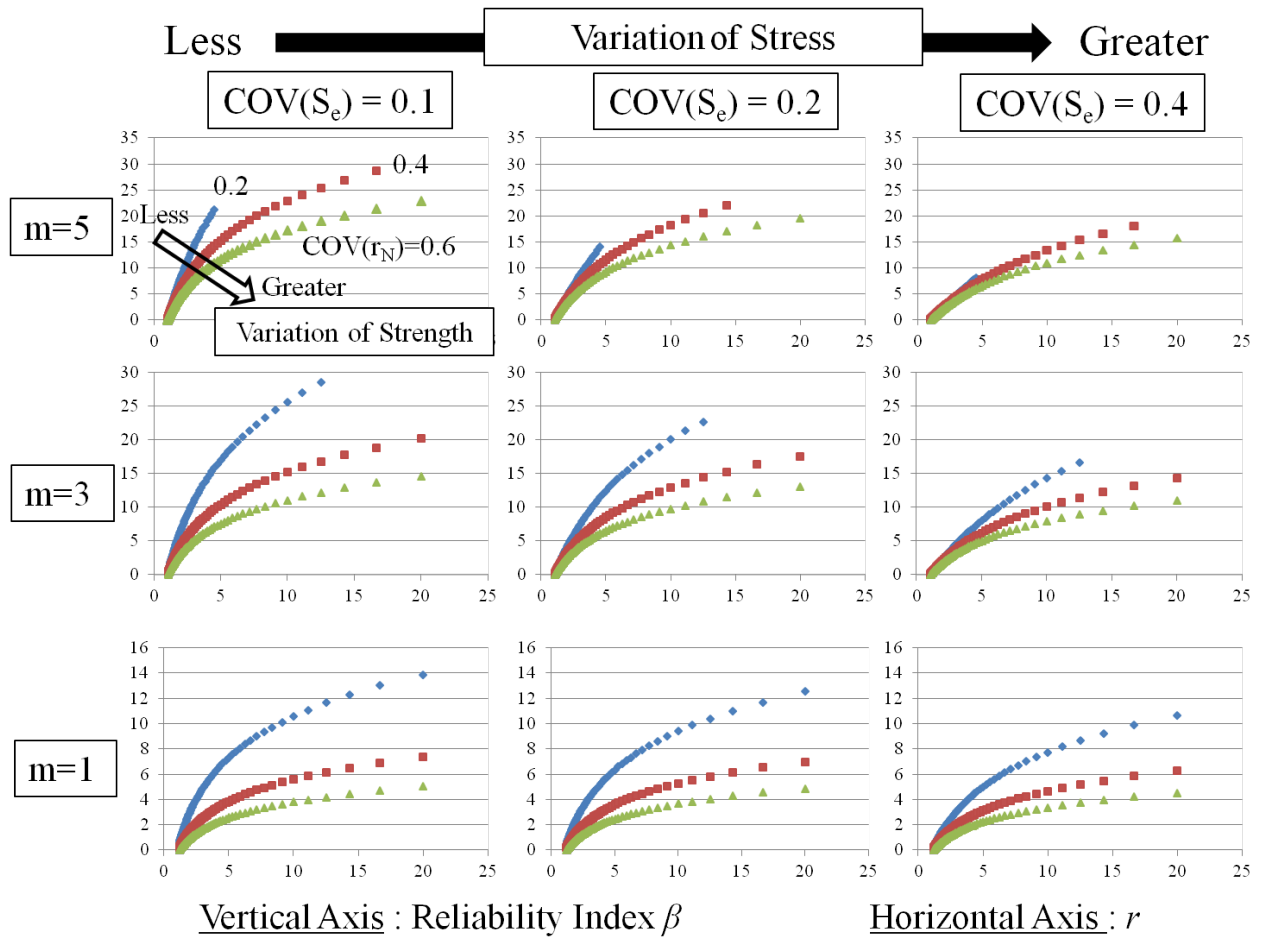


Fig. 3.6 $r - \beta$ diagrams for several combination of parameters

3.3 結言

本章では、繰返し回数の次元で定義される、ランダム荷重疲労に対する新しい信頼性モデルを提案した。このモデルを用いた信頼性解析から得られる結果について検討を行い、以下の特徴をもつことを明らかにした。

- 等信頼度線が最適疲労曲線と平行になるため、最適疲労曲線からみた比 r のみで β の値を表現できる
- r と β の関係は、最適曲線のパラメータと確率変数のばらつき具合に影響を受ける
- 最適曲線の傾きに関するパラメータ m により、確率変数から受ける感度の大きさが変化する

第 4 章

スペクトル解析による入力荷重の取り扱い

本章では，入力荷重の特徴をパワースペクトル密度によって表現する事で，ランダム荷重疲労現象に対してさらなる詳細な取り扱いを導入する．

4.1 スペクトル解析とランダム荷重疲労

疲労破壊現象を構造体にもたらす荷重入力は、多くの場合整った荷重ではなく、様々な振幅の波が含まれるランダム荷重である。しかしながら、機器に入力されるランダム荷重はその機器の使用条件などに応じた一定の特徴をもっていると考えられ、そのようなランダム荷重を取り扱う方法としては、周波数領域におけるスペクトル解析を用いるのが適当である。本論文第3章において、等価応力・等価繰返し数の概念を導入する事によりランダム荷重に対する信頼性モデルを構築した。等価繰返し数については疲労試験データに基づく合理的な寿命の分布設定を可能にしたが、一方等価応力の設定方法に対しては詳しい議論は行わなかった。本章では機器に発生する応力のパワースペクトル密度をベースとして、等価応力を合理的に設定する方法について議論を行う。そしてその結果から、配管疲労に対する信頼性設計法を提案する。

4.2 サイクルカウント法

疲労評価を行うとき必須となる処理が、応力（ひずみ）履歴中にどの振幅のサイクルが何回分含まれているのかを数えるサイクルカウントである。狭帯域波であれば1サイクルの範囲が見た目に明らかなためカウントは容易であるが、広帯域波になるほど小さなピークが多数出現しどの範囲までを1サイクルと定義するのかという点で様々な方法が考えられるようになる。この数え方をサイクル計数法といい、レンジペア法、ピークカウント法、レベルクロッシングカウント法、レインフローカウント法などがある。このうち、ここではレベルクロッシングカウント法とレインフローカウント法について取り上げる。

4.2.1 レインフローカウント法 (RFC)

レインフローカウント法は繰り返し荷重により材料に生じるヒステリシスループを考慮したカウント法であり、物理現象との対応関係が最も明確な方法である。それゆえ実現象ともよく一致し、最も用いられるカウント法となっている [1][11]。カウントの概要は以下の図で示され、その動きが軒先を流れる雨滴に例えられることから「レインフロー」の名前が与えられている。アルゴリズムとしての実装方法は雨滴モデル以外にもいくつか存在し、たとえば PV 差法 [19]、ヒステリシスループ法 [11] などがある。

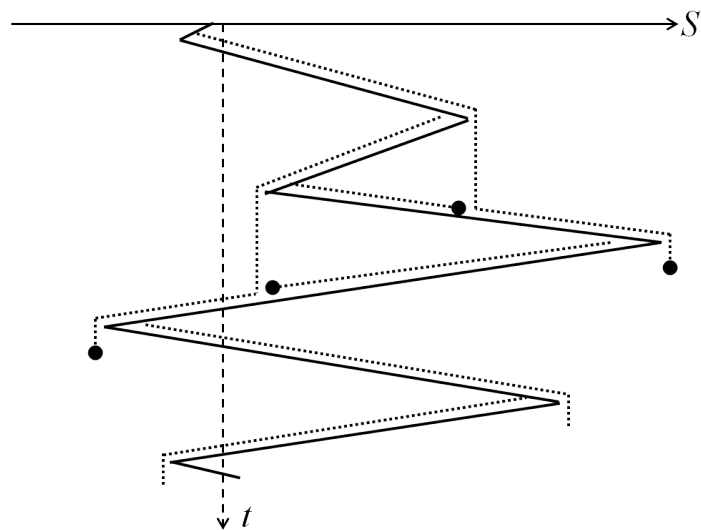


Fig. 4.1 The model of rainflow counting method

4.2.2 レベルクロッシングカウント法 (LCC)

レベルクロッシングカウント法は、波形の振幅をいくつかの段階（レベル）に分割し、各レベルの通過数からサイクルを取りだしていくカウント法である。評価手順の例を図4.2に示す。[1]

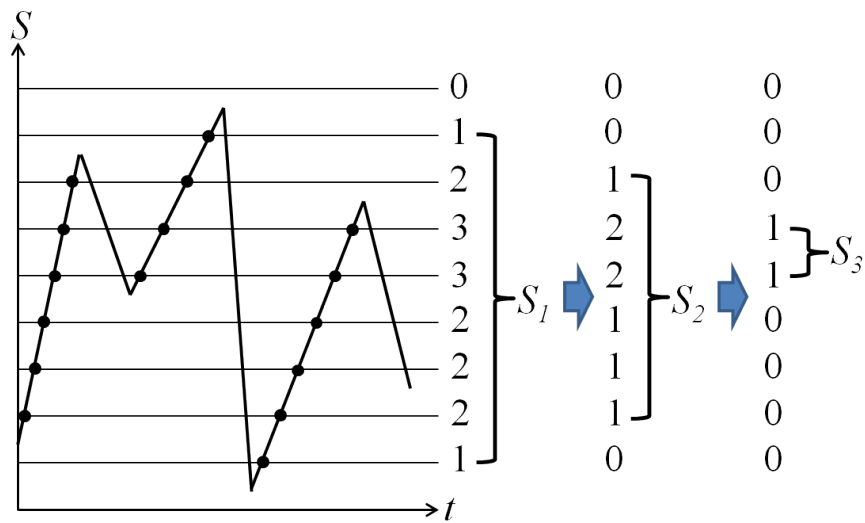


Fig. 4.2 The procedure of levelcrossing counting method

4.2.3 定常正規確率過程と LCC による疲労損傷評価

いま構造に生じた応力の履歴が、定常正規確率過程 $X(t)$ とみなせるとする。すると、その応力の特性を表すパワースペクトル密度 $S(\omega)$ が定義でき、極大値・極小値の分布の密度関数 $f_p^+(\beta)$ が式 (2.62) で表される。LCC によるサイクルカウントは極大値と極小値の差を取って行われているため、LCC でカウントしたときの振幅の分布を表す密度関数 $p^{LCC}(s)$ が以下のように定義できる。

$$p^{LCC}(s) = f_p^+(s) - f_p^-(s) \quad (4.1)$$

これを具体的に計算すると、密度関数としての性質を満たすための補正項を加えた以下の形になる [20]。

$$p^{LCC}(s) = \begin{cases} 0 & (s < 0) \\ 1 - \alpha & (s = 0) \\ \frac{\alpha s}{\sigma_x^2} \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma_x^2}\right) & (s > 0) \end{cases} \quad (4.2)$$

また、累積分布関数 $P^{LCC}(s)$ は以下のようになる。

$$P^{LCC}(s) = \begin{cases} 0 & (s < 0) \\ 1 - \alpha \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma_x^2}\right) & (s \geq 0) \end{cases} \quad (4.3)$$

ただし α は式 (2.63) で定義される規則度指数であり、規則度指数によって $p^{LCC}(s)$ と $P^{LCC}(s)$ の変化する様子を表したのが図 4.3 および図 4.4 である。

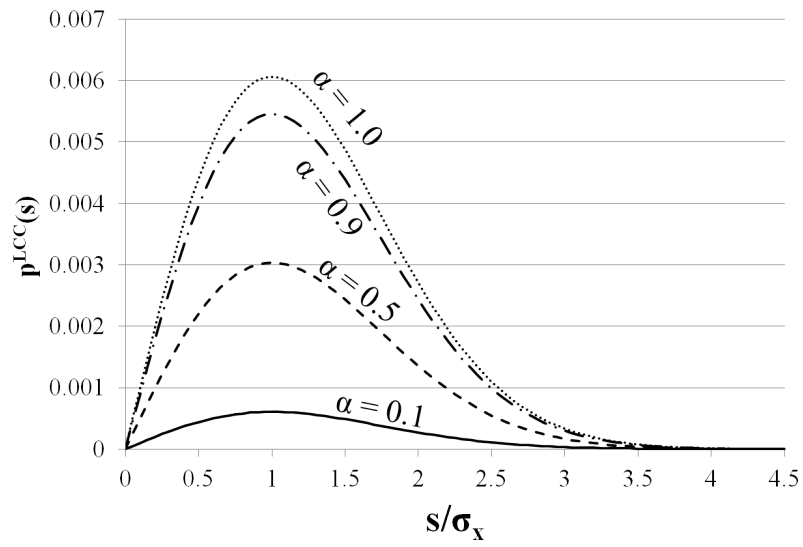


Fig. 4.3 Shape of $p^{LCC}(s)$ for several values of α

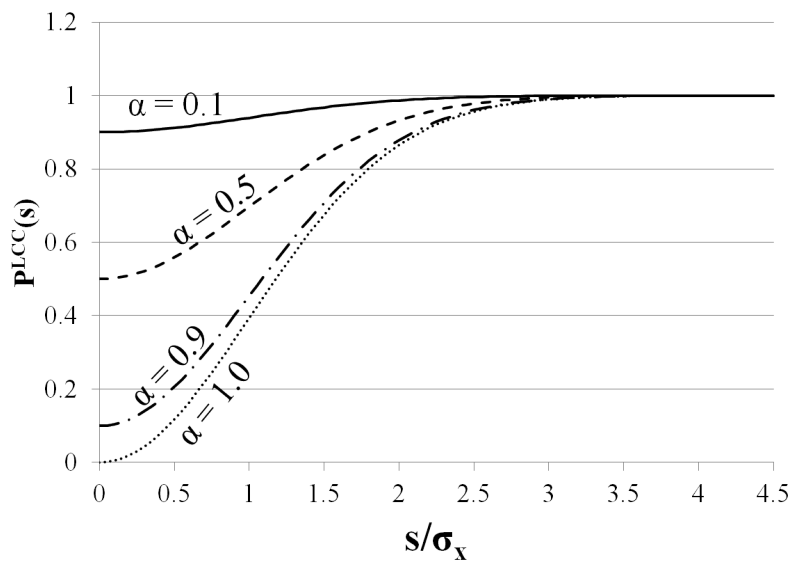


Fig. 4.4 Shape of $P^{LCC}(s)$ for several values of α

今，応力範囲に対して最適疲労曲線が式 (5.3) のように直線

$$N_f = \left(\frac{A}{S} \right)^m$$

で表されているとする．このとき，修正 Miner 則を用いた累積疲労損傷 D の評価は下のようになる．

$$D = \sum_i \frac{n_{S_i}}{N_f(S_i)} = \sum_i n_{S_i} \left(\frac{S_i}{A} \right)^m = 2^m \sum_i n_{S_i} \left(\frac{s_i}{A} \right)^m$$

LCC を用いて得られたサイクルカウントの結果に対し，修正 Miner 則を用いて計算される累積損傷度の期待値 $E(D^{LCC})$ を求めると， $p^{LCC}(s)$ を用いて

$$\begin{aligned} E(D^{LCC}) &= \lim_{\Delta S \rightarrow dS} \sum_i \frac{n_{S_i}}{N_f(S_i)} \\ &= \lim_{\Delta s \rightarrow ds} \sum_i \frac{n_{s_i}}{N_f(2s_i)} \\ &= 2^m \lim_{\Delta s \rightarrow ds} \sum_i s_i^m \frac{N p^{LCC}(s) \Delta s}{A^m} \\ &= 2^m \frac{N}{A^m} \int_0^\infty s^m p^{LCC}(s) ds \\ &= 2^m \frac{N}{A^m} \int_0^\infty \frac{\alpha s^{m+1}}{\sigma_x^2} \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma_x^2}\right) ds \end{aligned}$$

最後の積分は解析的に計算できて [20]，その結果を用いると

$$E(D^{LCC}) = \frac{N\alpha}{A^m} (2\sqrt{2}\sigma_x)^m \Gamma\left(1 + \frac{m}{2}\right) \quad (4.4)$$

となる．なお， $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数を表す．このように，LCC による疲労損傷の期待値はスペクトル解析と結び付けて解析的に求めることが可能である．

4.2.4 カウント法による評価結果の違い

Tovo[20]によれば，評価に用いるサイクルカウント法に応じ，同じ波形に対して計算された疲労損傷に以下の関係が成り立つ．

$$D^{RC} \leq D^{RFC} \leq D^{LCC} \leq D^{PC} \quad (4.5)$$

なお，RC,PCはそれぞれレンジカウント法，ピークカウント法を表し，それぞれのカウント結果に対して修正 Miner 則によって評価された疲労損傷を D^{LCC} のように表している．実際にこの関係が成立する事が，数値シミュレーションにより確かめられている [21][22]．このうち，最も実現象に一致した結果を与えるのは RFC であることは先に述べた通りであり，LCC を用いた評価は過大であるといえる．しかし，RFC に対する理論分布が解析的に求められないのに対して，LCC に対しては式 (4.2) のように明らかであるという利点があるため，疲労損傷の上限近似として用いられることもある [21]．

4.3 PSD と等価応力分布

4.3.1 等価応力の定義

本論文第3章において、ランダム荷重疲労に対する信頼性モデルを定義するため、実際にはばらつく応力範囲を等価な定振幅応力範囲として表現する等価応力 S_e が導入された。等価応力は以下の式 (3.1) で定義されている。

$$\sum_i \frac{n_{S_i}}{N_f(S_i)} = \frac{n_{\text{total}}}{N_f(S_e)}$$

先のモデルは最適疲労曲線が両対数グラフ上での直線

$$N_f = \left(\frac{A}{S} \right)^m$$

で表される場合の議論であったので、これを定義式中の N_f の具体形として代入すれば

$$\begin{aligned} \sum_i \frac{n_{S_i}}{(A/S_i)^m} &= \frac{n_{\text{total}}}{(A/S_e)^m} \\ \sum_i S_i^m n_{S_i} &= n_{\text{total}} S_e^m \end{aligned}$$

と変形でき、結局等価応力は

$$S_e = \sqrt[m]{\frac{1}{n_{\text{total}}} \sum_i S_i^m n_{S_i}} \quad (4.6)$$

と計算できることが分かる。式中 n_{S_i} は用いるサイクル計数法によって変化するため、等価応力 S_e もまたサイクル計数法によって値が変わることになる。先の例に倣いある特定のサイクル計数法に基づいて計算された等価応力を S_e^{LCC} のように表すこととすると、Tovo による式 (4.7) の関係と同じ関係が成り立ち、同一波形に対する評価において

$$S_e^{RC} \leq S_e^{RFC} \leq S_e^{LCC} \leq S_e^{PC} \quad (4.7)$$

となる。ここで、計数法理論分布 $f_S(s)$ が分かっているとして式 (4.9) を積分形に書きかえると等価応力の期待値が計算できる。理論分布 $f_S(s)$ は振幅に対して、等価応力 S_e は応力範囲として定義されていることに注意すると

$$E[S_e] = 2 \sqrt[m]{\int_0^\infty s^m f_S(s) ds}$$

と表現できる．LCC に関しては先に述べたように理論分布 $p^{LCC}(s)$ が求められているため，これを代入し式 (4.4) の解析解を用いれば，下のように期待値が解析的に計算できる．

$$E[S_e^{LCC}] = 2\sqrt{2}\sigma_x \sqrt[m]{\alpha\Gamma\left(1 + \frac{m}{2}\right)} \quad (4.8)$$

最も実現象に近い疲労損傷度評価を与えるのは RFC であるが，理論分布が明らかでないのは前に述べたとおりである．そこで，先行研究で岡島ら [21] が用いていたのと同様に，理論分布が分かっている LCC を用いた評価で疲労損傷を上限近似するアプローチを本研究では採用する．以降において単に等価応力 S_e と書く場合，それは LCC によって評価した等価応力 S_e^{LCC} を指すものとする．

4.3.2 PSD と等価応力分布の関係の推定

等価応力 S_e の分布を PSD を元にして決定する事が出来れば，第3章で提案した信頼性モデルへと組み込む事が可能になる．そこで，過程の標準偏差 σ_x ，規則度指数 α ，および正勾配零値通過頻度 $\nu^+(0)$ という PSD に対して定義される各種パラメータと，分布を決定づけるパラメータである，平均値 μ_{S_e} ，変動係数 COV_{S_e} ，および分布形状の間の関係を明らかにすることを目指す．その手段として，本研究では数値シミュレーションを用いて実験的に関係を推定する事とした．

数値シミュレーションを行うにあたり，一般化のため等価応力の無次元化表現を導入した．等価応力 S_e は応力の次元をもっているため，同じ応力の次元をもつ過程の標準偏差 σ_x で割ることによって無次元化される．式で表すと以下のとおりである．

$$S_e^* = \frac{1}{\sigma_x} \sqrt{\frac{1}{n_{\text{total}}} \sum_i S_i^m n_{S_i}} \tag{4.9}$$

この S_e^* を無次元化等価応力とよび，シミュレーションではこの値を用いた検討を行っていく．

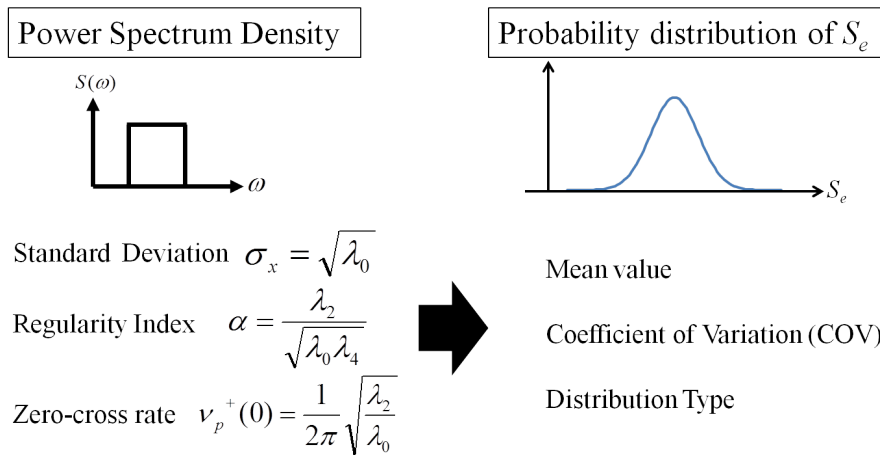


Fig. 4.5 Spectrum-based approach for probabilistic nature of S_e

4.3.3 数値シミュレーションの概要

分布推定のために行う数値シミュレーションの概要を図 4.6 に示す．まずはじめに入力として PSD の形状を仮定し，その PSD に合致するような波形を 3000 通り発生させる．それぞれの波形は異なった位相データが与えられており，互いに異なる．ここで用いた波形生成法の詳細は巻末付録 A に記している．次に，発生させた波形に対して LCC に基づく無次元化等価応力 S_e^* を計算することにより，3000 個の S_e^* のサンプルが得られる．そしてそのサンプルに対して標本平均，COV，および標本分布形を検討する．以上の流れを様々な PSD パラメータをもつ PSD を設定して行うことにより，PSD パラメータと確率分布パラメータの関係を推定することができる．なお，データ点数 $N = 2^{17} = 131072$ である．

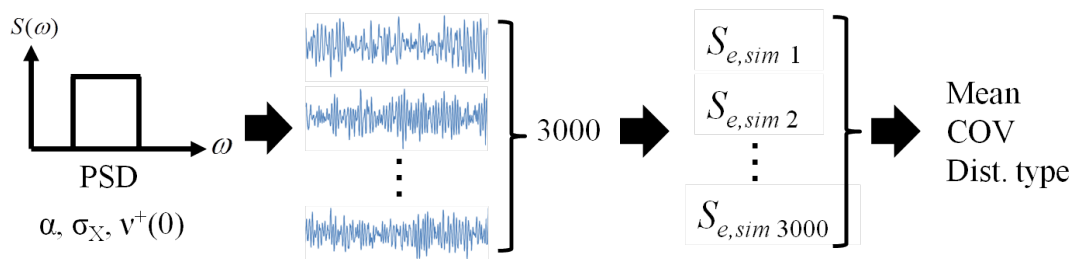


Fig. 4.6 Outline of numerical simulation

4.3.4 平均値の評価

まず、分布の平均値の評価を行う。最適曲線のパラメータ m の値を 1,3,5 の三通りに設定し、 α が 0.1-1.0 の範囲になるように設定した PSD を用いてシミュレーションを行い、その平均値を算出した。また、その平均値を式 (4.8) に示した LCC 理論分布に基づく理論的期待値と比較した。その結果が図 4.7 である。 m の値がいずれの場合でも、理論的期待値と実際に算出される期待値がよく一致していることが確かめられた。このことから、等価応力分布の期待値は式 (4.8) で定められるといえる。

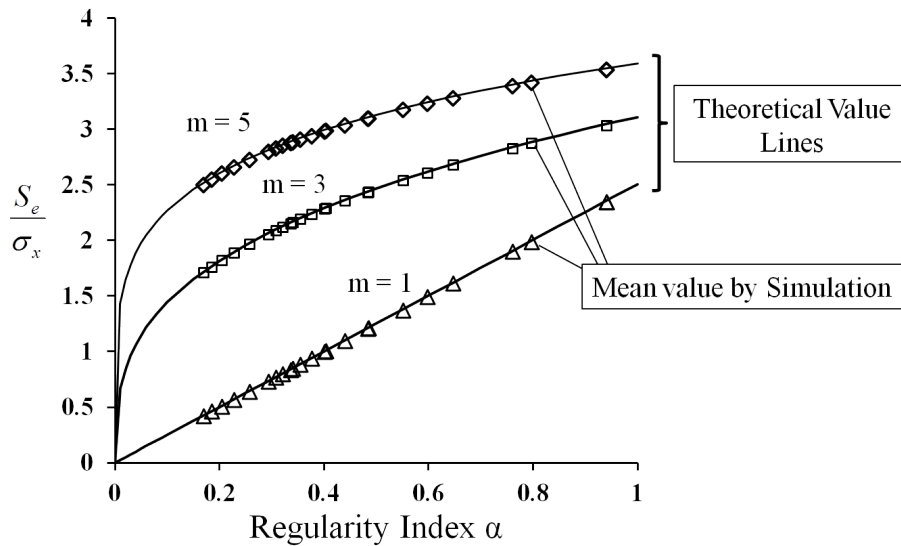


Fig. 4.7 Comparison between theoretical value of S_e and mean value by simulation

4.3.5 ばらつきについて

つづいて分布のばらつきについての検討を行う。ばらつきの表現方法は、次元をもつ標準偏差として表す方法と、無次元表現となる変動係数 (COV) を用いて表す方法とが存在するが、ここでは一般性を考慮し、COV による表現を行うこととした。無次元化等価応力と併せて用いることで、分布に関わる情報がすべて無次元化された数値で表現できる。

COV 評価に関しては平均値評価と異なり、評価時間の影響を考慮する必要が生じる。本研究で行うシミュレーションでは PSD から波形を生成して評価を行っているため、どれほどの長さの波形に対して評価を行うかによって、同じ PSD に対する評価でもばらつきは変化してしまう。これは、評価時間が長くなればなるほど全体として平均化されていくことにより生じる現象で、同じ PSD に対する評価であれば、評価期間が長ければ長いほど COV は減少していくことになる。

評価期間の影響を考察するに当たり、時間に関しても無次元化表現が必要である。これは、たとえ同じ時間長に関する評価であっても、含まれる周波数が高い場合と低い場合とでは平均化の程度が異なるためである。ここで、PSD パラメータの一つである正勾配零値通過頻度 $\nu^+(0)$ を利用する。 $\nu^+(0)$ の逆数を T_d とすると、 T_d は正勾配零値通過の平均周期を表すことになり、評価時間 T がその平均周期の何倍であるかという観点から無次元化が行える。その無次元化表現を T^* と表すと、以下の式の様にかける。

$$T^* = \frac{T}{T_d} = T\nu^+(0) \quad (4.10)$$

T^* を無次元化時間とよぶことにする。概念を図 4.8 に示す。この T^* は正勾配零値通過回数であるから、物理的意味では初期応力に戻る回数と一致する事になり、その機器に生じる卓越した応力サイクル（たとえば固有振動数）が何回分繰り返されるような時間長であるかを表すということができる。また、理論的にもこの T^* は意味をもっており、LCC 理論分布における、評価期間内にカウントされる振幅が零でない有効なサイクルの期待数に一致する。

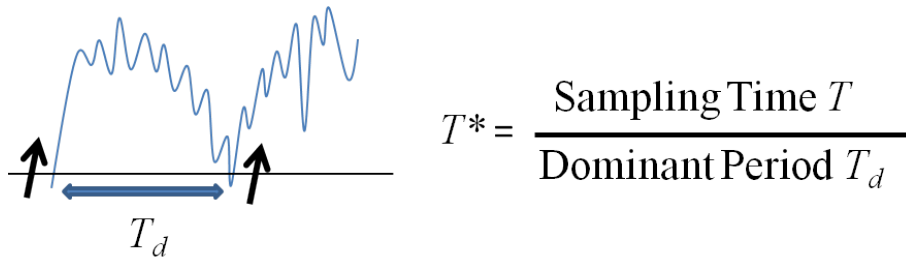


Fig. 4.8 Non-dimensional time T^*

4.3.6 分布形の推定

次に、分布形の推定を行う。2つの PSD タイプに関して、無次元化時間 T^* を増しながらミーンランクを用いた確率紙プロットを行い、分布を検討した。その結果が図 4.10 と 4.11 であり、縦軸を式 (4.11) で示されるレイリー分布プロットにしたものと、正規確率目盛にしたものを同時に表示している。完全にレイリー分布に従っている場合、確率紙プロットは図 4.9 に示す原点を通る直線となる。結果から、 T^* がごく小さい領域ではレイリー分布に従い、 T^* が 2 桁に以上になるとほぼ正規分布とみなせるということが分かる。

$$Y = \sqrt{\frac{1}{1 - F}} \tag{4.11}$$

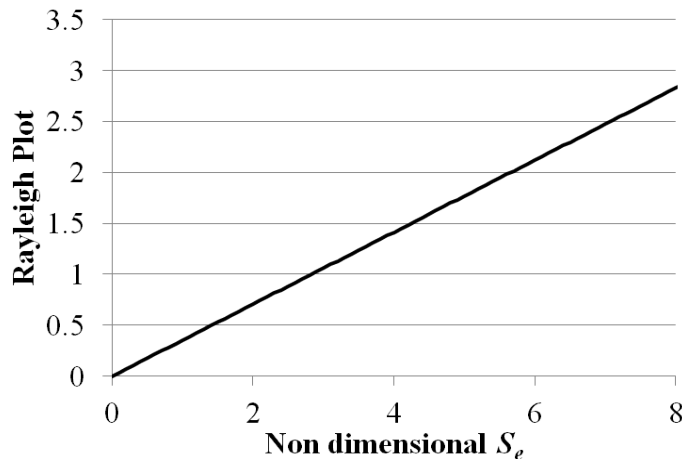


Fig. 4.9 Probability paper plot for rayleigh distributed random variables

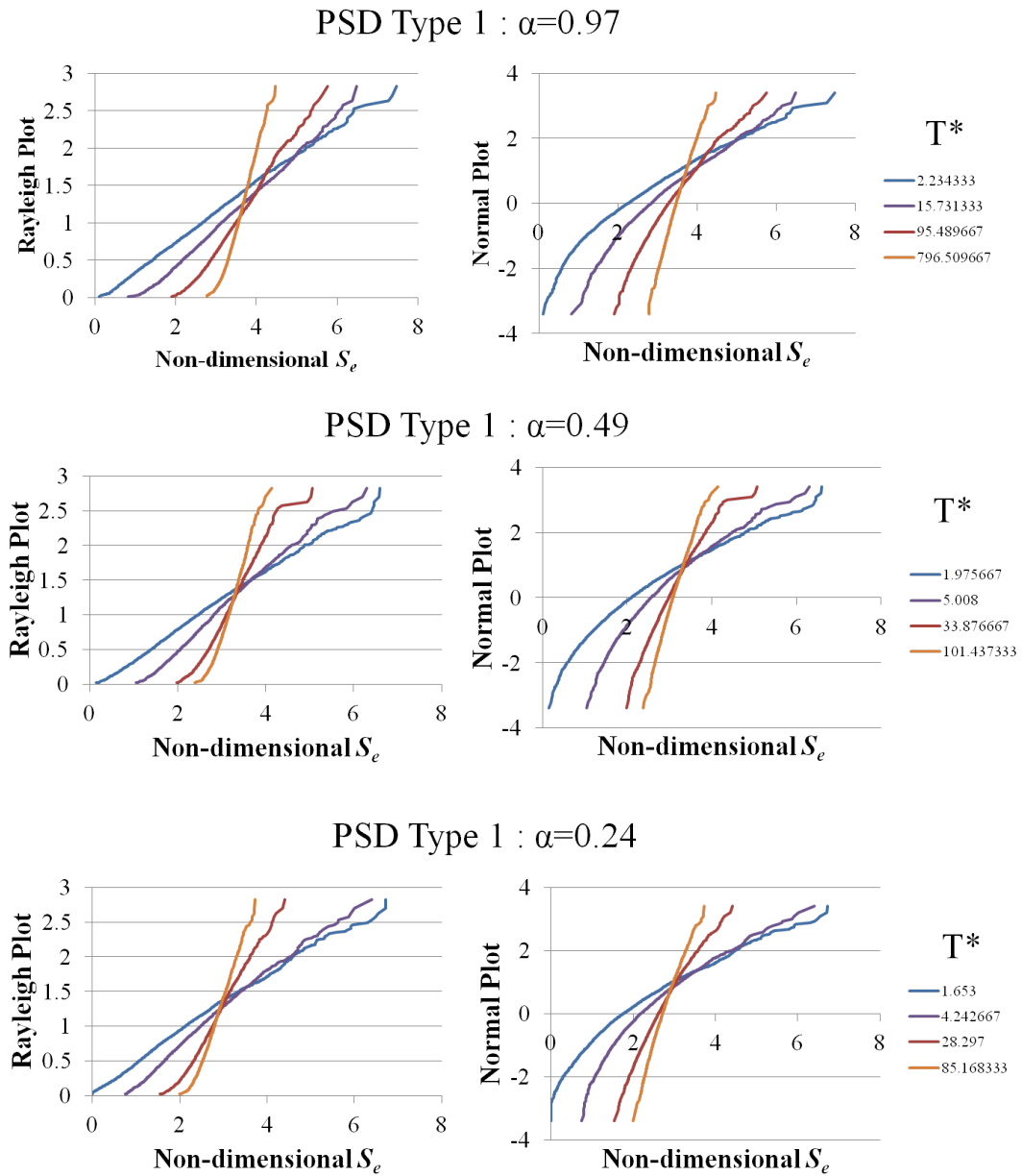


Fig. 4.10 Probability paper plot for PSD Type 1

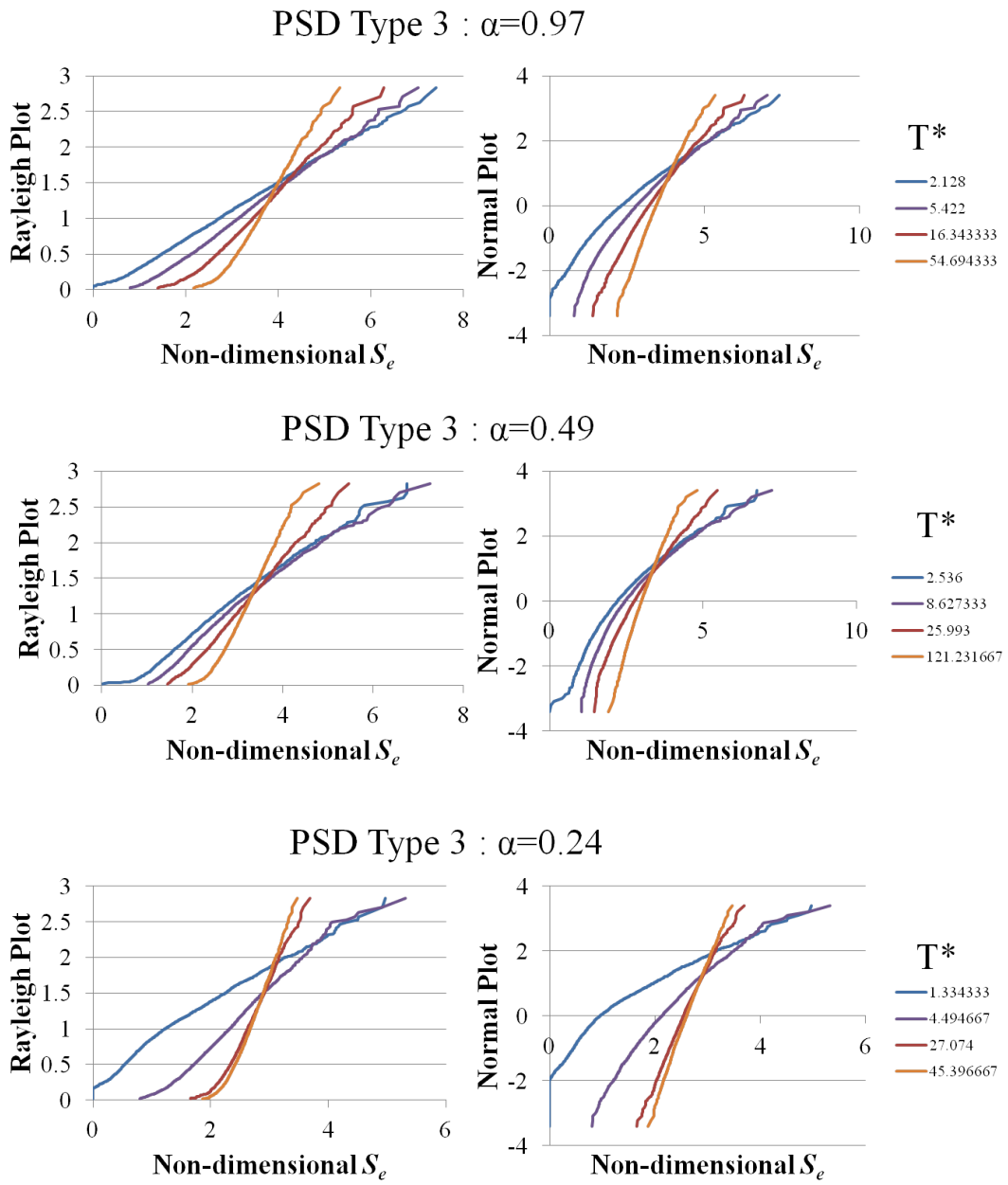


Fig. 4.11 Probability paper plot for PSD Type 3

4.3.7 COV の評価

次に、実際に様々な PSD 形や評価期間に対して COV を算出し、その評価を行う。ここでは応力 PSD として、配管系に対して実際に想定される周波数応答関数から求めたものの2つと、様々な PSD パラメータ値をもつ PSD を生成するのに適した二重矩形 PSD の合計3つを解析対象としている。

PSD タイプ1：機械系加速度入力/相対変位応答

この PSD は、機械的入力に対して配管系に生じる応力を想定したものである。モデルの概要を図 4.12 に示す。入力としては、 $\omega = 0$ を除くすべての領域について等しい値 C をもつホワイトノイズ入力を設定している。PSD の高さの影響は無次元化等価応力を用いているため問題とならず、 C の値はいくつでもよい。

加速度入力 α_{in} に対する相対変位応答 X_{out} の周波数応答関数は

$$H_1(\omega) = -\frac{1}{\Delta}(2\omega_1 h_1(i\omega) + \omega_1^2) \quad (4.12)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \Delta &= \omega^4 + [\omega_1 h_1 + (\gamma + 1)2\omega_2 h_2](i\omega)^3 \\ &\quad - [\omega_1^2 + (\gamma + 1)\omega_2^2 + 2\omega_1 h_1 \cdot 2\omega_2 h_2]\omega^2 \\ &\quad + (\omega_2^2 \cdot 2\omega_2 h_2 + \omega_2^2 \cdot 2\omega_1 h_1)(i\omega) + \omega_1^2 \omega_2^2 \end{aligned}$$

$$\omega_i = \sqrt{\frac{k_i}{m_i}} \quad (i = 1, 2)$$

$$h_i = \frac{c_i}{2\omega_i m_i} \quad (i = 1, 2)$$

$$\gamma = \frac{m_2}{m_1}$$

である。この周波数応答関数に対して式 (2.30) の関係を用いれば、応力の PSD: $S_1(\omega)$ は次の式で表される。

$$S_1(\omega) = C|H_1(\omega)|^2 \quad (4.13)$$

ω_i, h_i, γ の各変数を変化させることで、様々な PSD パラメータの値をとる PSD を作ることができる。

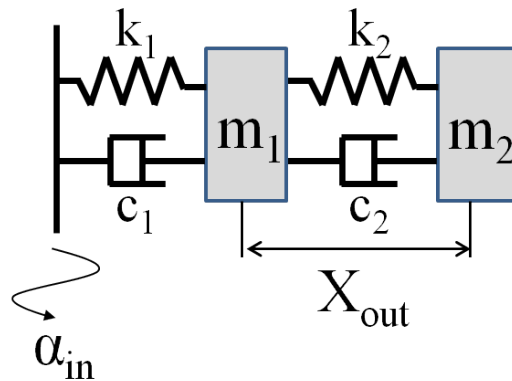


Fig. 4.12 PSD Type 1 : mechanical system response

PSD タイプ 2 : 配管壁熱応答

この PSD は、内部流体の温度変動に対して配管系に生じる熱応力を想定したものである。モデルの概要を図 4.13 に示す。入力としてはタイプ 1 と同じく、 $\omega = 0$ を除くすべての領域について等しい値 C をもつホワイトノイズ入力を設定している。

この PSD は、笠原 [23] による熱応力に対する周波数応答関数から式 (4.14) のように得られる。具体的な形はやや複雑なため、付録 B に記している。

$$H_2(\omega) = H(\omega, Bi, R_m, R_b, x^*) \tag{4.14}$$

ただし、

- Bi : ビオ数
- x^* : 無次元化深さ
- R_m : 膜応力拘束効率係数
- R_b : 曲げ応力拘束効率係数

であり、配管表面に対する熱応力に対しては $x^* = 0, R_m = 0, R_b = 1$ とすればよい [23]。タイプ 1 と同様、この周波数応答関数を用いれば以下のように応力の PSD: $S_2(\omega)$ が求められる。

$$S_2(\omega) = C |H_2(\omega)|^2 \tag{4.15}$$

この PSD に対して変化させられるパラメータはビオ数 Bi のみであり、タイプ 1 に比べると変化の幅は小さいものの、様々な PSD を生成できる。

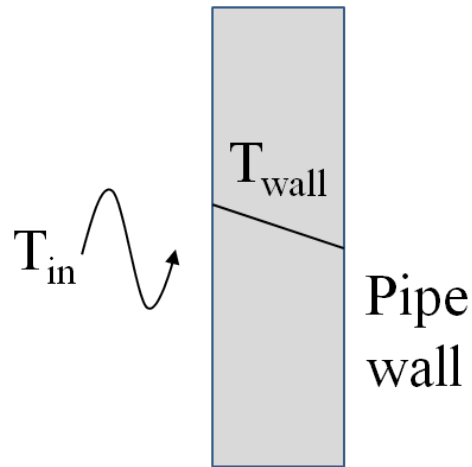


Fig. 4.13 PSD Type 2 : thermal response on piping wall

PSD タイプ 3 : 二重矩形

この PSD の形状は図 4.14 の通りで、区間 $[\omega_1, \omega_2]$ では h_1 、区間 $[\omega_3, \omega_4]$ では h_2 、それ以外では 0 となる。この PSD は配管に生じる特定の現象につながるものではないが、各種 PSD パラメータが解析的に容易に計算できるため、目的とするパラメータ値をもつ PSD を生成するのに便利である。この PSD に対するモーメント λ_i は以下のように計算できる。

$$\lambda_i = \frac{1}{i+1} [h_1(\omega_2^{i+1} - \omega_1^{i+1}) + h_2(\omega_4^{i+1} - \omega_3^{i+1})] \quad (4.16)$$

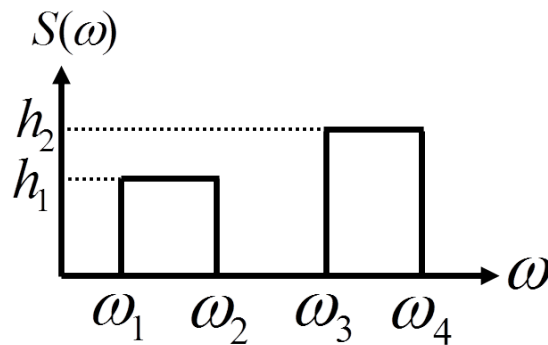


Fig. 4.14 PSD Type 3 : double rectangles

解析結果

3通りの PSD に対して計算された COV を，無次元化時間 T^* を横軸にとって示したのが図 4.15～図 4.17 である． T^* の増加と共に COV が減少していき， $T^* \rightarrow \infty$ で $COV \rightarrow 0$ に近づくことが分かる．しかしながら，この減少の傾向は α の値や PSD の種類ごとに異なっている．

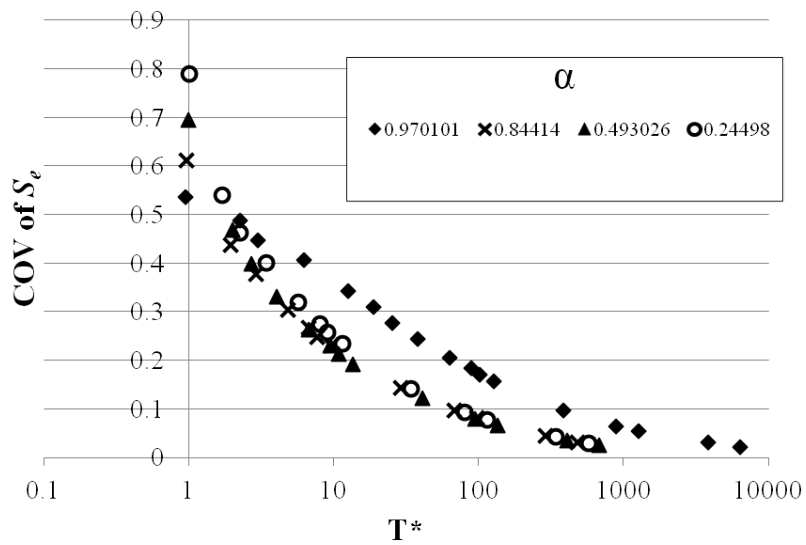


Fig. 4.15 COV calculated for PSD Type 1

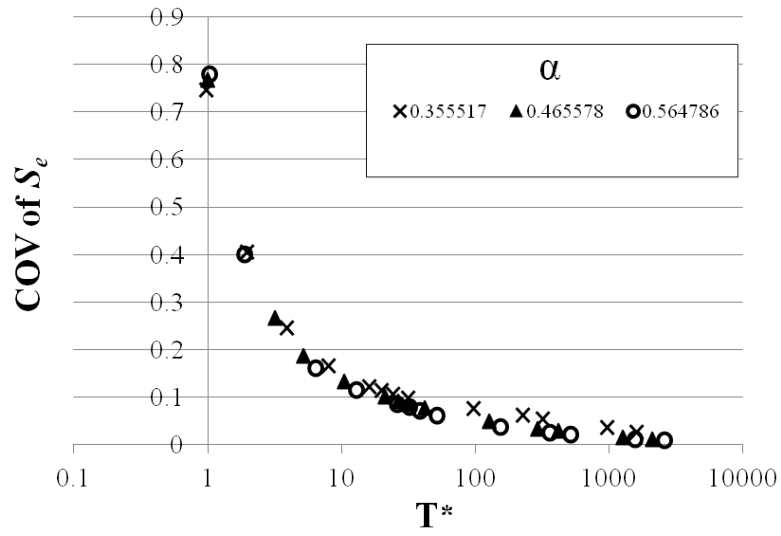


Fig. 4.16 COV calculated for PSD Type 2

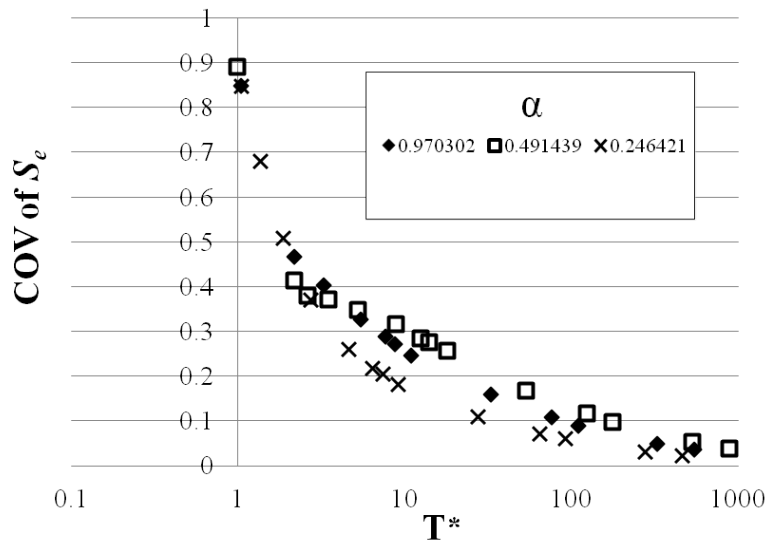


Fig. 4.17 COV calculated for PSD Type 3

PSD タイプ 1 と 3 ではほぼ等しい α の値をとる PSD を設定する事が出来るため、3 通りの α について設定して同時に表示したのが図 4.18 である。この図から、 α がほぼ同じであっても PSD の形状が異なれば減少の傾向は一定でないことが分かる。故に、PSD パラメータだけからこの傾向を記述する事は困難であることが予想される。

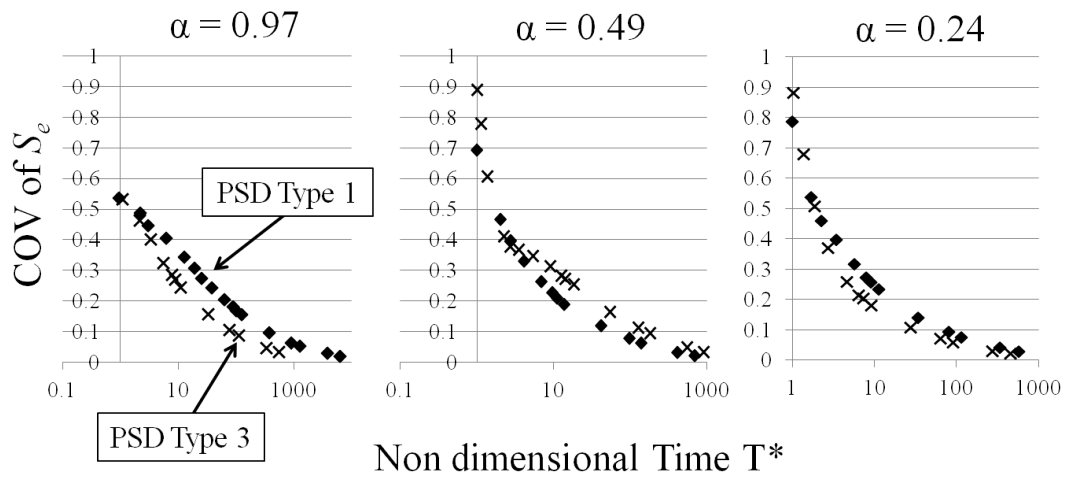


Fig. 4.18 Comparison of COV among different PSD types

COV 上限近似の検討

無次元化等価応力の定義式において $n_{\text{total}} \rightarrow 1$ とすると、以下の式が得られる。

$$S_e^* = \frac{1}{\sigma_x} \sqrt[m]{S^m} = \frac{S}{\sigma_x} \quad (4.17)$$

S は式 (4.2) の LCC 理論分布 $p^{LCC}(s)$ に従うことが分かっているから、この分布について期待値と標準偏差を計算する事により COV が以下のように表される。

$$\text{COV} = \sqrt{\frac{4}{\alpha\pi} - 1} \quad (4.18)$$

無次元化時間 $T^* = 1$ となるとき COV と、式 (4.18) の値を表示したのが図 4.19 である。 α が 1 から離れるにつれて、式 (4.18) とのずれが大きくなっていることが分かる。この原因は以下のように考えられる。式 (4.18) は理論ピーク分布同士の差として求められる $p^{LCC}(s)$ に基づいて計算されており、そこでは「 $T^* = 1$ の期間内に含まれる零でない有効なサイクルは 1 つである」という関係が成立する。しかしそれはあくまでピークが完全に理論ピーク分布に従う様な理想的状態においてのみ成立する仮定に過ぎず、有限時間で区切られた今回のような解析では、ほぼピーク数に等しい有効サイクルが計測されることになる。規則度指数 α は、ある期間における (正勾配零値通過数)/(ピーク数) に一致するから、 $T^* = 1$ の期間における波形中のピーク数の期待値 P_e は $P_e = 1/\alpha$ となる。故に α が小さくなればなるほど理想的状態より多くのピーク数 = サイクル数が計測され、式 (4.18) とは一致しなくなっていくと考えられる。

この影響を除くため、ここでは中心極限定理の考えを用いた補正を試みる。ある確率変数の平均値が μ 、標準偏差が σ であるとき、その確率変数 N 個の平均値は平均 μ 、標準偏差 σ/\sqrt{N} の正規分布に近づくことが知られている。つまり、COV はサンプル数 N が増加すると \sqrt{N} に反比例して減少していくことになる。

この議論を $T^* = 1$ における COV に当てはめると、サンプル数 N は規則度指数の逆数 $1/\alpha$ に相当するから COV は理想的状態の式 (4.18) に対して $\sqrt{\alpha}$ 倍されると予想される。この考えを当てはめると、COV は

$$\text{COV}_{\text{mod}} = \sqrt{\alpha} \sqrt{\frac{4}{\alpha\pi} - 1} = \sqrt{\frac{4}{\pi} - \alpha} \quad (4.19)$$

で表されることになる。この式 (4.19) を図 4.19 中に破線で示した。計算されたすべての COV はこの修正値以下であるため、上限近似として式 (4.19) を用いることができると考えられる。

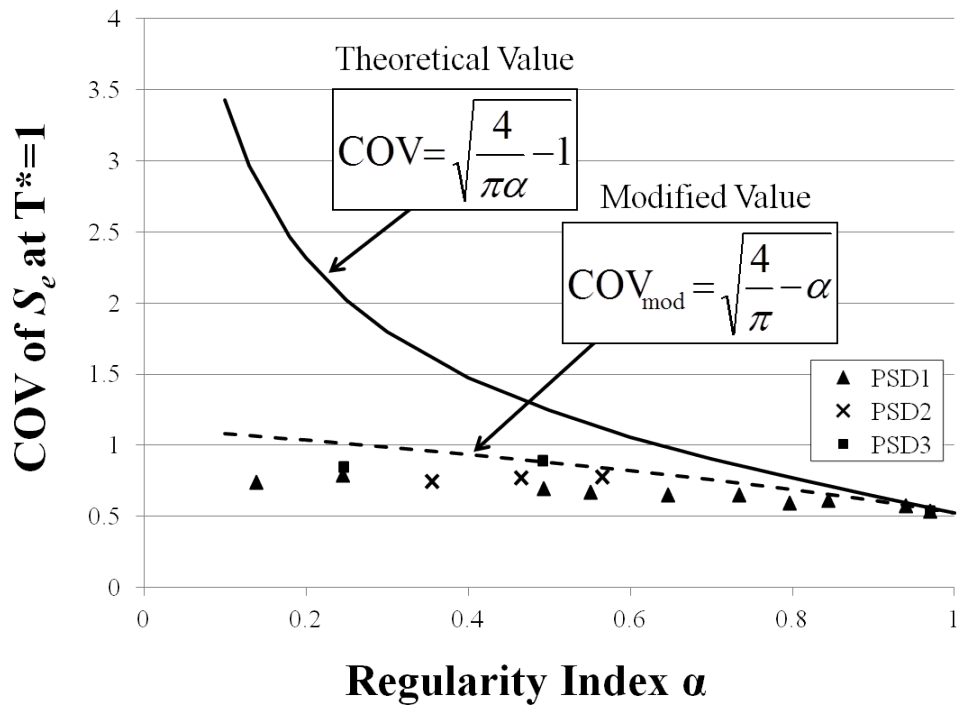


Fig. 4.19 Upper bound approximation of COV of S_e

4.3.8 分布の決定法

以上の結果から，応力 PSD のパラメータを用いて等価応力の分布を決定する方法が明らかになった．平均値に関しては，LCC 理論分布から導かれる期待値である式 (4.8) を用いればよい．分布形は T^* が一桁になるようなごく小さい領域を除けば正規分布になる． T^* が小さい領域では分布はレイリー分布に漸近するが，安全側の評価を与えることになるため，全体で正規分布としてもよいといえる．COV については，複雑な評価期間依存性をもつため一般的な議論が難しく，実用ベースでは $T^* \rightarrow 1$ の極限に対して求められる理論値を補正した式 (4.19) を上限近似として用いるのが適当である．

4.3.9 期待サイクル数

本研究では $T^* = 1$ となる期間を 1 サイクルとみなし COV の上限近似を行った．故に，ある評価期間 T に対するサイクル数 N は T^* の何倍であるかという観点から決定でき，具体的には正勾配零値通過頻度 $\nu^+(0)$ を用いることで以下のように計算されることとなる．

$$N = T\nu^+(0) \quad (4.20)$$

4.3.10 信頼性評価モデルの拡張

この分布決定法を用いて，第 3 章で提案したモデルが拡張できる．応力の PSD が設定されていれば等価応力の分布が定まるため，入力パラメータが

- 応力のパワースペクトル密度 $S(\omega)$
- 想定供用期間 T
- 最適疲労曲線パラメータ A と m
- 疲労寿命比 r_N の平均値 μ_{r_N} と変動係数 COV_{r_N}

の 6 つとなる．第 3 章で明らかにしたように，本モデルを用いた評価において重要となるのは最適疲労曲線に対する比 r と信頼性指標 β との関係を示す $r - \beta$ 線図である． $r - \beta$ 線図が最適疲労曲線および r_N と S_e の COV によって変化する事は既に述べたが，この $r - \beta$ 線図を事前に様々なパラメータ設定の組み合わせについて求めておけば，設計者が信頼性解析を行わなくても定量的安全裕度評価が可能となる．上に示したパラメータから信頼性指標 β を算出する過程を図 4.20 のフローチャートに示す．

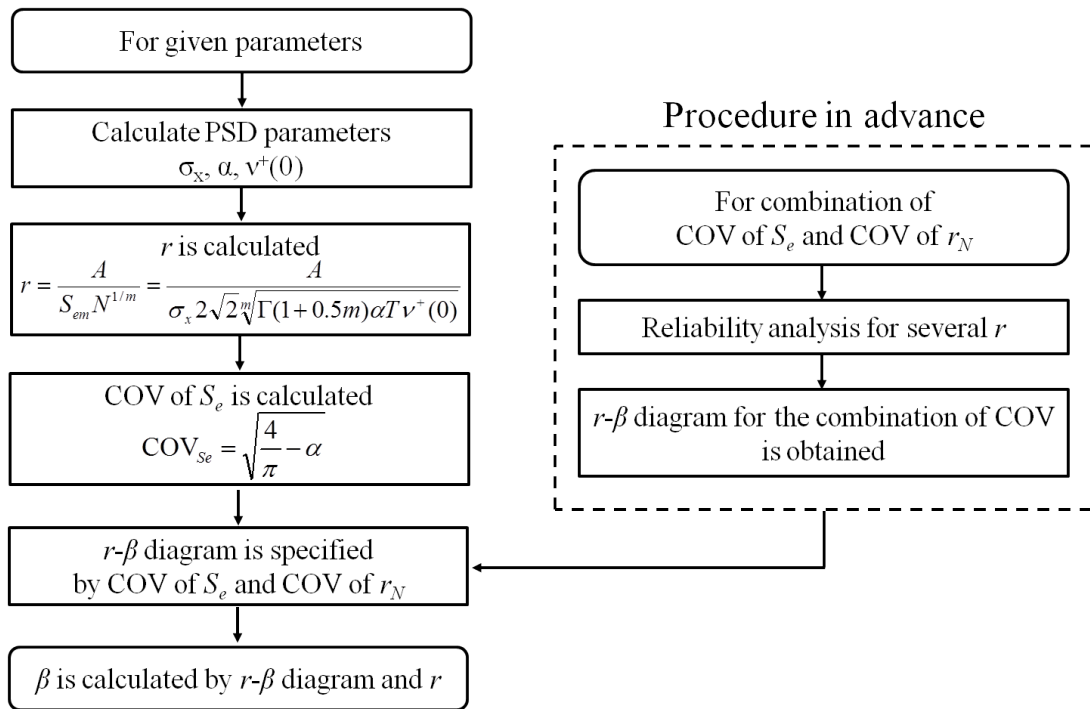


Fig. 4.20 Flowchart of reliability analysis by extended model

4.4 結言

本章では、第3章で導入した等価応力に対し、パワースペクトル密度からの分布決定法の検討を行った。その結果として、PSDのモーメントから計算されるパラメータを用いて分布のパラメータを決定できることが分かり、提案するランダム荷重疲労に対する信頼性評価モデルを、PSDを入力としたより一般性のあるモデルに拡張することができた。

第5章

疲労信頼性モデルの配管系への適用

本章では、提案したランダム荷重に対する信頼性評価モデルを配管系設計に適用し、検討を行う。

5.1 配管系への適用

5.1.1 配管系の疲労

配管はプラント等におけるもっとも基本的な機械要素の一つであり，その設計規格を定めるための疲労試験が Markl らによって行われた [18]．その結果から，配管に対する最適疲労曲線は以下の式 (5.1) で与えられることが示されている．

$$iS = 490,000N_f^{-0.2} \quad (5.1)$$

この式はヤード・ポンド系で設定されている式であり，MPa-mm 系で書きなおせば

$$iS = 3,379N_f^{-0.2} \quad (5.2)$$

となる．ただし

S : 作用応力範囲 (MPa)

i : 応力係数 (管の形態により決まる定数)

N_f : 破壊の生じるサイクル数

である．周方向突き合わせ溶接直線配管では応力係数 $i = 1$ となるため，式 (5.2) は下のよう一般形に書ける．

$$N_f = \left(\frac{A}{S}\right)^m \quad (5.3)$$

なお，式中の定数の値は下のようになる．

$$A = 3,379(\text{MPa})$$

$$m = 5$$

式 (5.3) の形式は両対数グラフ上における直線であり，本研究で提案しているモデルの適用条件に合致する．故に，モデルを用いた信頼度の計算が可能である．

5.1.2 疲労寿命の分布

配管系に対してモデルを適用するにあたって，先に述べた疲労試験データから式 (3.5) で定義した寿命比 r_N の分布を求めておく必要がある．Markl らによる [18]，突き合わせ溶接直線配管に対する疲労試験の結果は図 5.1 のようになっており，このデータの各点 $D(N_i, s_i)$ に対し寿命比 r_N を計算する．その結果が図 5.2 である．このデータから，平

均値 $\mu_{r_N} = 0.94$, 分散 $\sigma_{r_N}^2 = 0.30$ と計算される。また, $COV = 0.58$ である。この r_N を, 対数正規分布に対する確率紙上にプロットしたものが図 5.3 になる。明らかに直線関係が見出され, r_N は対数正規分布であることが分かる。

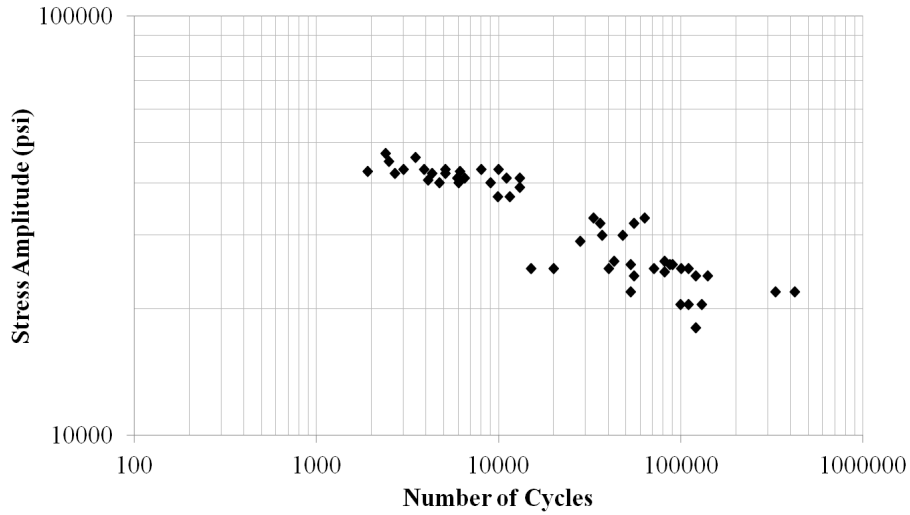


Fig. 5.1 Fatigue test data for butt-welded straight pipes by Markl and Louisville

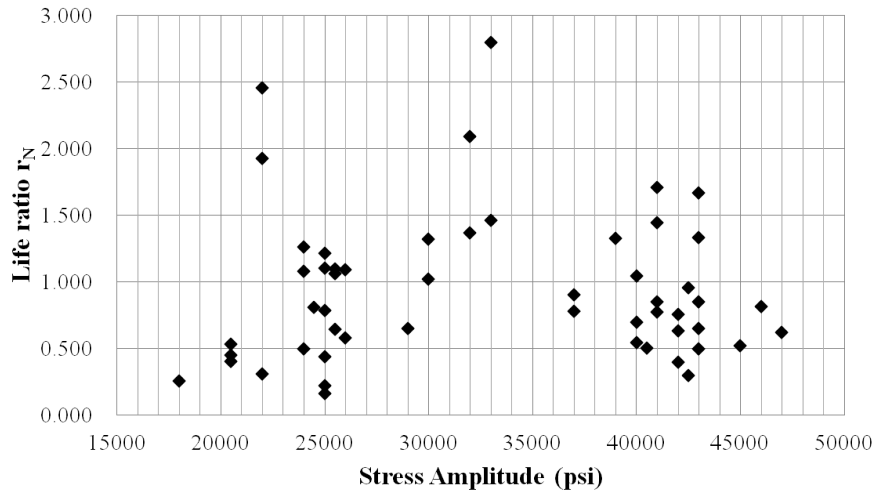


Fig. 5.2 Life ratio r_N calculated from experimental data

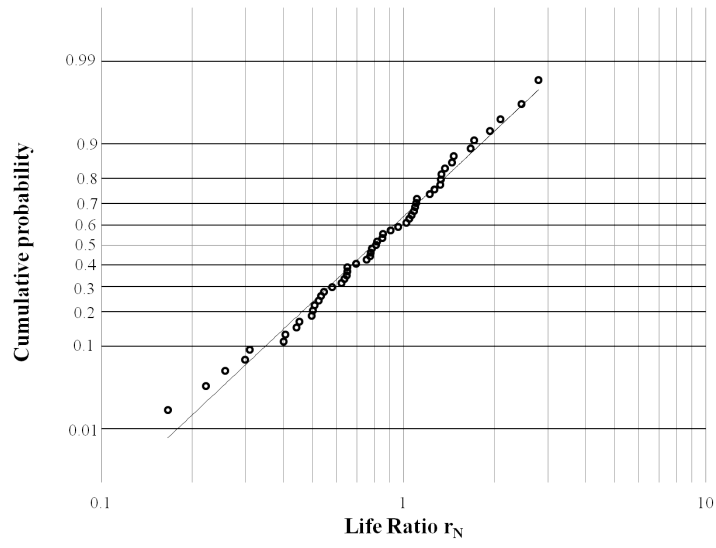


Fig. 5.3 Life ratio r_N plotted on lognormal probability paper

5.2 現行設計規格の検討

5.2.1 ASME による設計規格

現行設計規格の例として，ASME による圧力配管設計規格を取り上げる．その基準式は以下のように規定されている [2][3]

$$S_E = \frac{iM_C}{Z} \leq S_A \quad (5.4)$$

ただし

- S_E : 応力範囲 (MPa)
- i : 応力係数 (管の形態により決まる定数)
- M_C : 熱膨張によるモーメント (N・mm)
- Z : 弾性断面係数 (mm³)
- S_A : 許容応力 (MPa)

である．また，式中 S_A は以下のように定義される．

$$S_A = f(1.25S_c + 0.25S_h) \quad (5.5)$$

ただし

- S_c : 使用材料の最高使用温度における許容応力 (MPa)
- S_h : 使用材料の最低温度 (室温) における許容応力 (MPa)
- f : 応力低減係数

応力低減係数 f は，供用期間中に想定される等価熱サイクルの回数 N_C に応じて表 5.1 のように規定されている．

この設計規格の元になっているのは，式 (5.1) に示した Markl ら [18] による設計疲労曲線である．式 (5.5) の許容応力値と，式 (5.3) による最適疲労曲線を同じグラフ上に描いたのが図 5.4 である．ただし，材料は SUS304，温度範囲は 25 ~ 100 として許容応力を算出している．図 5.4 から，特に $N_C < 7,000$ の範囲で安全裕度が過剰である可能性が高いことが分かる．

Table 5.1 Value of stress reduction factor f

N_C	f
$N_C < 7,000$	1.0
$7,000 \leq N_C < 14,000$	0.9
$14,000 \leq N_C < 22,000$	0.8
$22,000 \leq N_C < 45,000$	0.7
$45,000 \leq N_C < 100,000$	0.6
$100,000 \leq N_C$	0.5

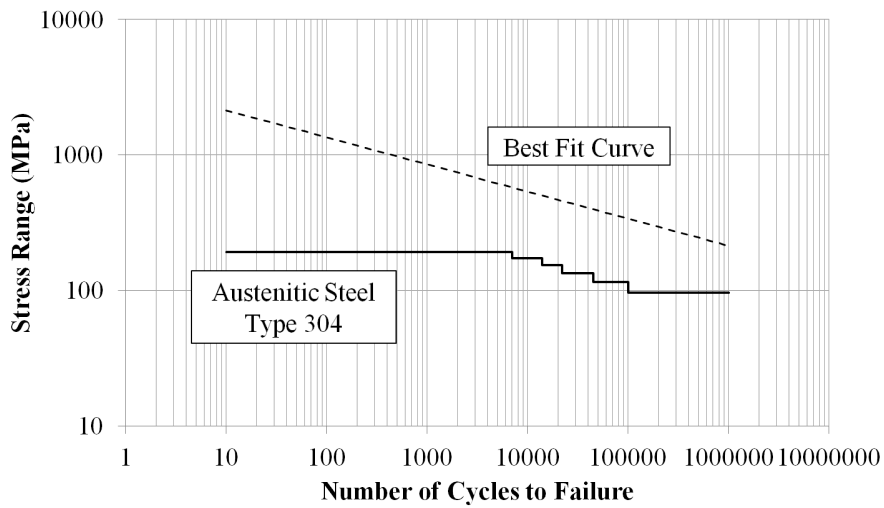


Fig. 5.4 Comparison between SN curve and allowable stress

5.2.2 確率論的信頼性手法による検討

この設計規格について，信頼性評価モデルを適用して評価を行う．疲労強度分布は Markl らの試験データから求めたものを用いるとしており，そのほかの解析条件は表 5.2 のとおりである．解析結果として得られた等信頼度線を，規格制限値・最適疲労曲線と共に描いたのが図 5.5 である．

Table 5.2 Condition of reliability analysis

Limit state function : $g = A^m r_N - S_e^m N$ [Eq.(3.10)]

Variable	Mean	COV	Distribution Type
A	3,379(MPa)	-	Const.
m	5	-	Const.
r_N	0.94	0.58	Lognormal
S_e	S_{em}	0.335	Lognormal
N	10^1 - 10^6	-	Const.

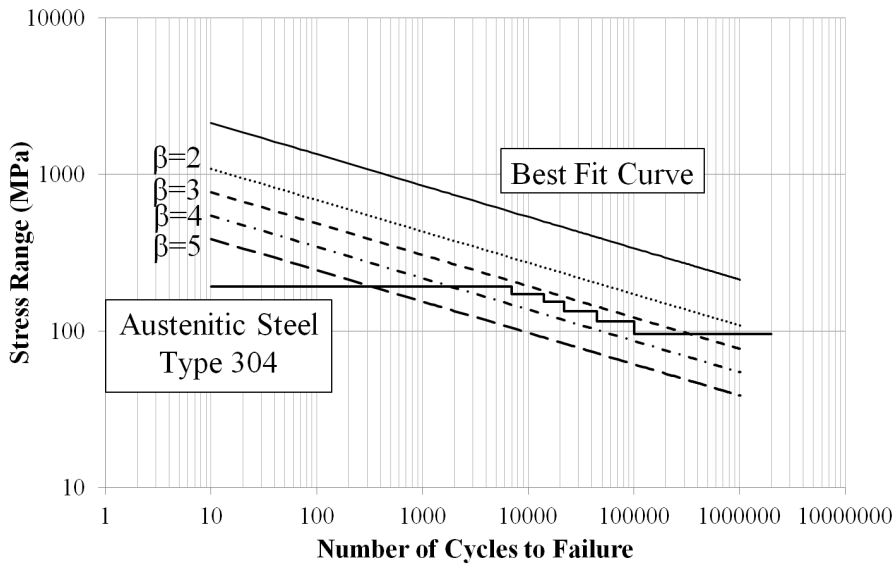


Fig. 5.5 Contour lines of $\beta = 2, 3, 4, 5$ by proposed model

5.2.3 規格制限値上の信頼度の検討

図 5.5 において規格における制限値の線に着目すると、異なる β の等高線をまたいでおり、制限値線上で信頼度が一定になっていない事が予想できる。これを分かりやすく示すために、同じ条件で、それぞれのサイクル数に応じた規格制限値上における信頼度を計算したのが図 5.6 である。この図から、 $7,000 \leq N_C \leq 30,000$ の範囲では β が 3~4 の間でほぼ一定になっているが、 $N_C < 7,000$ の範囲では信頼度が大きくなっている一方、 $30,000 < N_C$ の範囲では信頼度が小さくなっており、設計基準における信頼度が一定になっていないことが定量的に明確に示される。特に低サイクル側における過剰裕度はかなり大きく、この範囲における改善の余地は大きいと判断できる。

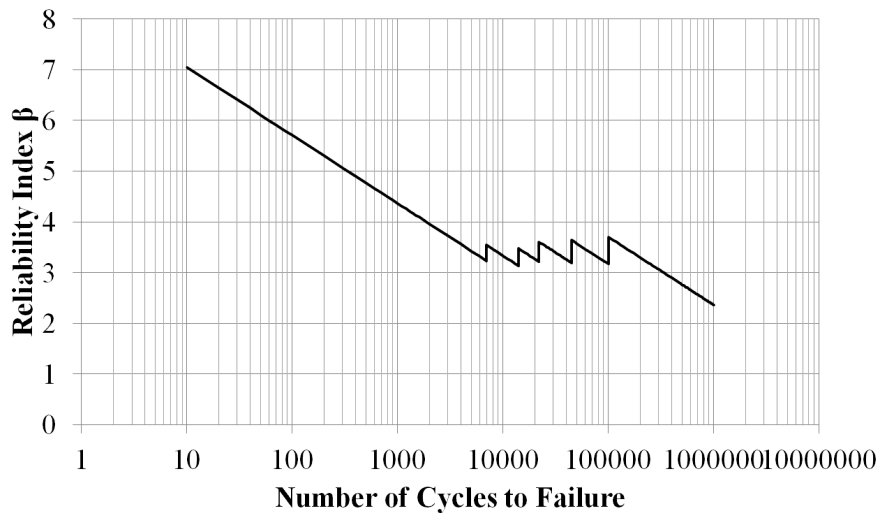


Fig. 5.6 Values of β on allowable stress line by ASME code

5.3 信頼性設計法の提案

5.3.1 PSD を設計変数とした設計

第4章において提案した、スペクトル解析を導入して拡張した信頼性評価モデルを用いることで、配管に対する信頼性設計法を提案する。配管系に適用する場合、最適線パラメータは $m = 5$ 、 r_N の COV は Markl の疲労試験結果から得られる分布で固定されているため、影響するのは等価応力 S_e の COV のみである。よって、あらかじめ S_e の COV に対応した $r - \beta$ 線図を求めて近似式で表しておくことにより、設計者が信頼性解析を行うことなく定量的安全裕度に基づいた設計を行うことが可能になる。PSD が設定され各種パラメータが求められていると、極限応力比 r の値は以下の式から計算する事が出来る。

$$r = \frac{A}{\sigma_x 2\sqrt{2} \sqrt[5]{\Gamma(3.5)\alpha T \nu^{+}(0)}} \quad (5.6)$$

配管系設計用に求めた $r - \beta$ 線図は図 5.7 のようになり、その多項式近似表現は表 5.3 に示すとおりになる。誤差は、 $(1.4 \leq r \leq 14.0)$ の範囲で 2 パーセント以下である。これらを用いた設計の手続きを、図 5.8 に示す。なお、 β_T は機器に対して設定された目標信頼性である。

Table 5.3 Coefficients of approximation curves

Approximation Curve : $\beta = a_1r^3 + a_2r^2 + a_3r + a_4$

α	COV of S_e	a_1	a_2	a_3	a_4
1.0	0.523	0.0031	-0.117	2.0217	-1.9634
0.5	0.879	0.0009	-0.0472	1.2215	-1.2395
0.1	1.083	0.0004	-0.0296	0.9772	-1.0022

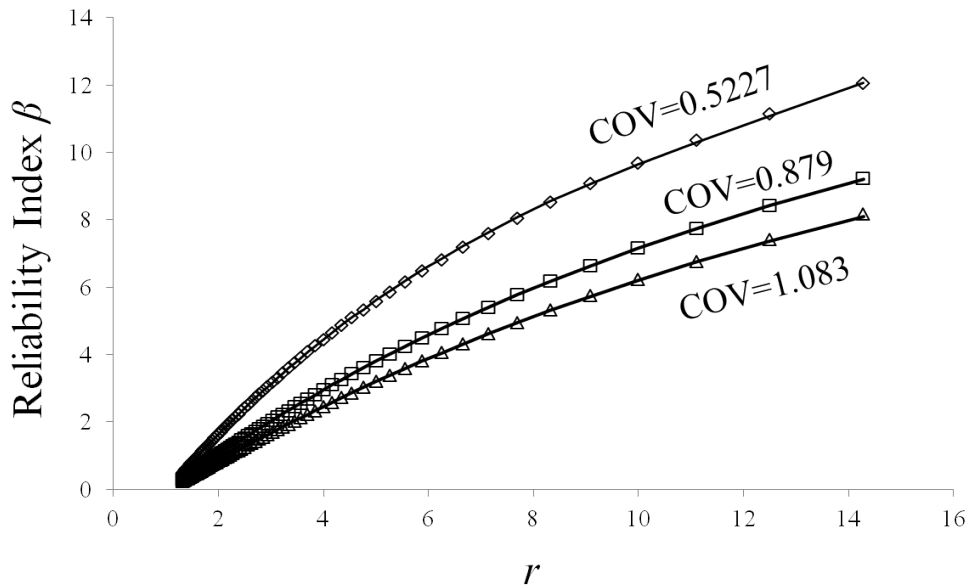


Fig. 5.7 Approximation curves for reliability-based design (Error < 2%)

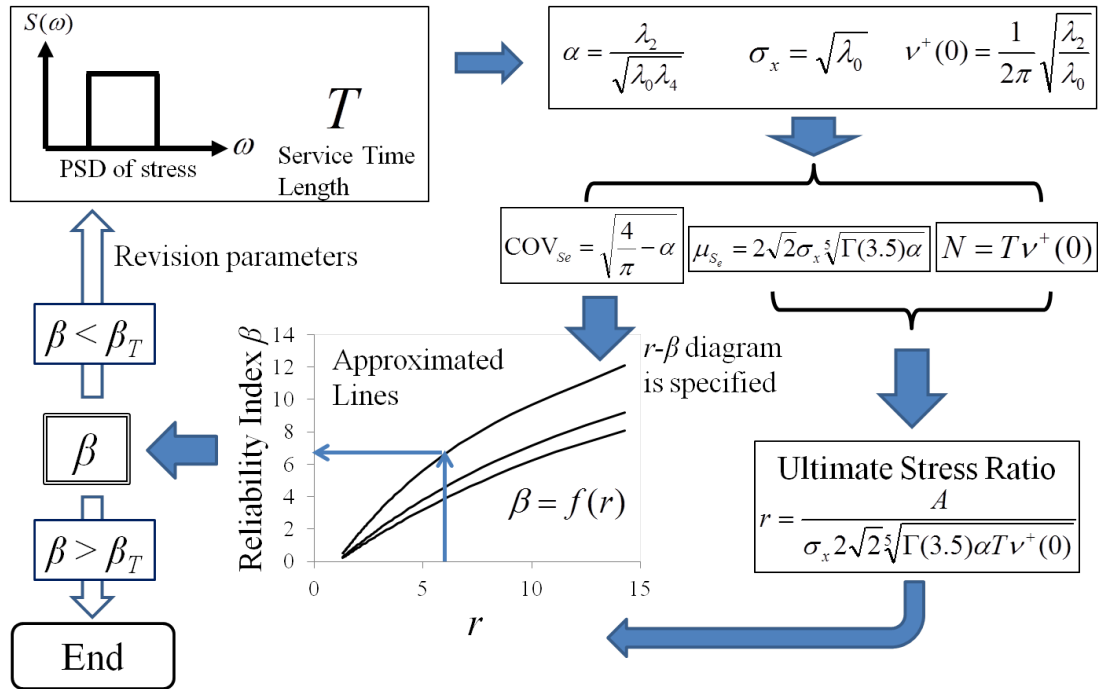


Fig. 5.8 Procedure of reliability based design method

5.4 結言

本章では，4章までに提案した信頼性評価モデルを配管系に対して適用する事で，現行設計規格の検討および信頼性設計法の提案を行った．設計規格の検討の結果から，現行設計規格が信頼度の観点から不合理であることを定量的に示すことができた．また，スペクトル解析を用いて拡張したモデルを使用する事で，応力のスペクトルをパラメータとした簡易な信頼性設計法を提案することができた．

第6章

従来研究との比較

本章では、本研究で提案したモデルを従来研究によるものと比較検討する。

6.1 過去の類似研究

本研究に関連する従来研究は、パワースペクトルから疲労損傷を評価するものと疲労現象に対する信頼性評価モデルを提案するものに大別できる。前者は岡島ら [21], Tovo[20], Liu ら [24] のものなど多数存在し、後者は Ayyub ら [2] によるものなどが挙げられる。このうち代表的なものについて本研究によるモデルと比較を行う。

6.2 スペクトルを用いた疲労損傷評価

本研究と同様に応力のパワースペクトル密度から疲労損傷を評価しようとする試みは非常に多く行われてきた。この目的において問題となるのは、実現象と最もよく一致するサイクルカウント法である RFC に対してはスペクトル解析と結び付けた議論ができず、理論分布が定義できていないという点である。故に従来研究の多くは、新たなパラメータを導入したり (たとえば Petrucci ら [26] や Tovo[20][25]), 数値積分を用いる (Bengtsson ら [27]), 分布を他の分布で近似する (Wu[28]) などの方法で RFC 理論分布を近似的に求めることを主眼に置いており、その近似分布をベースに平均値評価を行っている。しかし、いずれの手法も適用範囲の問題や手法の煩雑さなどから実用に適するとは言い難い。

一方本研究では実用面を重視し、Tovo による関係式 (4.7) に基づいて LCC を用いた上限評価を行った。これと同じアプローチを用いているのが岡島ら [21] による研究である。岡島らによる評価モデルでは、LCC による疲労損傷の期待値 $E[D^{LCC}]$ を以下の形に表している。

$$E[D^{LCC}] = \nu^+(0) \cdot \gamma(\lambda_0) \quad (6.1)$$

式中 $\nu^+(0)$ は式 (2.50) に示した正勾配零値通過頻度で、 $\gamma(\lambda_0)$ は最適疲労曲線を $N(s)$ と表した時、Miner 則に基づいて以下で求められる関数である。

$$\gamma(\lambda_0) = \int_0^\infty \frac{1}{N(s)} \frac{s}{\lambda_0} e^{-\frac{s^2}{2\lambda}} \quad (6.2)$$

この $\gamma(\lambda_0)$ を様々な最適疲労曲線 $N(s)$ に対して求めておくことで、疲労損傷評価を可能にしている。この手法の利点は最適疲労曲線の形状が任意であるという点であり、適用可能な範囲が非常に広い。しかし、あくまでも計算できるのは疲労損傷の期待値のみであり、そのままでは定量的安全裕度評価へと接続することはできない。

対して本研究で提案したモデルは、最適疲労曲線の形が両対数グラフ上における直線になる場合にしか用いることができず、適用範囲は狭い。しかし、荷重に対してばらつきを

設定し限界状態関数を組み立てることができるため，確率論的信頼性手法を用いた定量的安全裕度評価が可能であるという点が特徴である．両モデルの違いを表 6.1 に示す．

Table 6.1 Comparison between proposed model and model by Okajima

Model	Best Fit Curve	Application for reliability-based design
Proposed model	Linear case only	Applicable
Okajima's model	All type	Inapplicable

6.3 疲労に対する信頼性評価モデル

6.3.1 Ayyub らによるモデル

Ayyub らによる研究 [2] では，本研究と同様に信頼性モデルの提案を行いそれを配管系に適用している．本研究では繰り返し回数の次元での比較により限界状態関数を構成したが，Ayyub らは疲労損傷の次元での比較により，限界状態関数 g_{Ayyub} を以下のように定義している．

$$g_{Ayyub} = D_f - D \quad (6.3)$$

なお，

$$\begin{aligned} D &: \text{Miner 則による累積損傷} \\ D_f &: \text{破壊の生じる累積損傷度} \end{aligned}$$

である．ここで，応力範囲の分布の密度関数 $f_S(S)$ が得られているとする．このとき， D について Miner 則に基づく評価の式を当てはめて展開すると

$$\begin{aligned} D &= \sum_i \frac{n_i}{N_f} \\ &= \sum_i \frac{S_i^m}{A^m} n_i \\ &= \sum_i \frac{S_i^m}{A^m} N f_S(S_i) \Delta s \\ &= \frac{N}{A^m} \sum_i S_i^m f_S(s_i) \Delta s \end{aligned}$$

ここで $\Delta S \rightarrow dS$ の極限をとり積分形に直せば

$$D = \frac{N}{A^m} \int_0^{\infty} S^m f_S(S) dS = \frac{N}{A^m} E[S^m] \quad (6.4)$$

ここで、以下のように等価応力 S_e を定義する。

$$S_e = \sqrt[m]{E[S^m]} = \sqrt[m]{\int_0^{\infty} S^m f_S(S) dS} \quad (6.5)$$

この S_e は、本論文式 (3.1) において定義したものと同一である。この等価応力 S_e と式 (6.4) を用いると、式 (6.3) の限界状態関数は

$$g_{\text{Ayyub}} = D_f - \frac{N S_e^m}{A^m} \quad (6.6)$$

と書ける。Ayyub らは、さらに S_e のばらつきを表す項 k_s を導入して、以下の限界状態関数で評価を行っている。

$$g_{\text{Ayyub}} = D_f - \frac{N k_s^m S_e^m}{A^m} \quad (6.7)$$

なお、Ayyub らのモデルでは、以下の4変数が確率変数として扱われている。

- D_f : 破壊の生じる累積損傷度
- k_s : 応力範囲のばらつきを表す変数
- S_e : 等価応力
- A : 最適曲線のパラメータ

6.3.2 本研究モデルとの比較

Ayyub らによる信頼性モデルについても、本論文3・5章で示した β の等高線を描くことが可能である。Ayyub らが用いた表 6.2 の解析条件について信頼性解析を行い、等高線を描いた。その結果を図 6.1 に示す。なお、図には SUS304 における規格制限値の線および最適疲労曲線を同時に表示している。

この結果を、図 5.5 に示した本研究モデルによるものと見比べるとほぼ一致した結果が得られており、両モデルが基本的には等価であることが予想される。

その理由は以下のように考えられる。本研究モデルにおける限界状態関数、式 (3.10) の右辺を A^m で割ると

$$g' = r_N - \frac{S_e^m N}{A^m} \quad (6.8)$$

Table 6.2 Condition of reliability analysis by Ayyub and Avrithi[2]

Limit state function : $g_{Ayyub} = D_f - \frac{Nk_s^m S_e^m}{A^m}$ [Eq.(6.7)]

Variable	Mean	COV	Distribution Type
A	3,379(MPa)	0.3	Lognormal
m	5	-	Const.
D_f	1.0	0.3	Lognormal
k_s	1.0	0.1	Normal
S_e	S_{em}	0.1	Lognormal
N	10^1 - 10^6	-	Const.

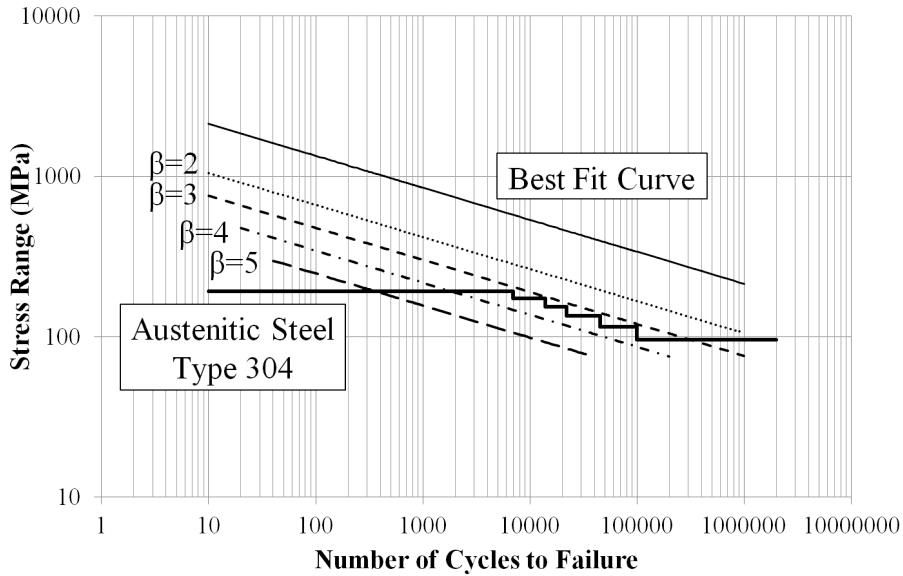


Fig. 6.1 Contour lines of $\beta = 2, 3, 4, 5$ by Ayyub-Avrithi model

となり，Ayyub らのモデルによる限界状態関数

$$g_{Ayyub} = D_f - \frac{Nk_s^m S_e^m}{A^m} \tag{6.9}$$

とほぼ同じ形に変形される．

ここで，Ayyub らは強度に関わるパラメータ 2 つ (D_f, A) と，荷重に関わるパラメータ 2 つ (k_s, S_e) の計 4 つの確率変数を設定している．それに対し本研究モデルは，強度に関するパラメータは r_N 1 つに，荷重に関するパラメータは S_e 1 つにそれぞれ集約

して確率変数として表現しているものであると考える事が出来る。同じ結果の得られている図 6.1 と図 5.5 の解析において、 S_e の COV を比較すると、Ayyub によるモデルが COV=0.1 なのに対し、新モデルでは COV=0.335 であり、新モデルの COV の方が大きい。このことから、Ayyub らのモデルにおいて 2 変数に分離されているばらつきが 1 変数にまとめられていることが分かる。

このように両モデルは基本的に同一ではあるが、新モデルは Ayyub らのモデルと比べて 2 つの利点をもつ。1 つ目の利点は、実験データから得られた疲労寿命のばらつきのデータを直接限界状態関数に取り込むことが可能であるという点である、このことにより、Ayyub らのモデルよりも実態に即した結果を得ることが可能になる。2 つ目の利点は、限界状態関数の形状が Ayyub らによるものよりも簡潔になるという点である。図 6.1 をみると、大きな β の値に対する等高線は解析範囲において途切れてしまっているのが分かるが、これは限界状態関数の形状による問題で HLRF 法による計算が収束しなかったためである。それに比べて、図 5.5 の新モデルによる結果では、同じ問題についても解析範囲全体に対して β の値が計算できていることが分かる。構造設計において問題となるのは破壊生起確率が小さい領域、つまり β が大きい範囲であり、この領域についても計算ができる新モデルは実用上優れているといえる。

6.4 結言

本章では本研究と従来研究の比較を行い、代表的な 2 つの従来研究について詳しく取り上げ検討を行った。岡島らのモデルと比較すると、本モデルは適用範囲が大幅に狭くなっているものの、荷重に対してばらつきを設定して信頼性解析ができる、という位置づけの違いが明確になった。また、Ayyub らによる研究との比較では、本研究のモデルと Ayyub らによるモデルは基本的には等価ではあるが、計算の収束性やばらつきの設定法の点で本研究のモデルが優れているということが明らかになった。

第7章

終章

本章では、本論文の総括を行う。

7.1 本論文のまとめ

本論文ではまず、ランダム荷重疲労に対する新しい信頼性評価モデルの提案を行った。新しいモデルは疲労寿命の次元において限界状態関数を組み立てているという特徴があり、実際の疲労試験から得られた寿命のばらつきデータを直接組み込むことができるという利点がある。また、最適疲労曲線に対する比で信頼性指標の値が決まるという、設計へとつなげるにあたって便利な特徴も備えている。

この新しい評価モデルでは疲労寿命のばらつきに対する合理的取扱いが可能になったものの、応力については詳しい議論が行われていなかった。そこで、このモデルの応力のばらつきの設定方法に関して、スペクトル解析に基づく取り扱いの導入を検討した。数値シミュレーションを用いてパワースペクトル密度の各種パラメータと分布情報の関係について調べることで、上限評価として PSD から応力の分布形を設定できることが明らかになった。

最後に、その新しいモデルを配管系設計に対して適用して2通りの検討を行った。1つ目は現在用いられている配管系設計規格に対する確率論的信頼性手法の適用であり、現行の設計規格に存在する過剰裕度を定量的に示すことができた。2つ目に、確率論的信頼性手法にもとづく設計法について検討を行った。最適疲労曲線に対する比のみで信頼性指標が決まるというモデルの特徴と、先に求めたパワースペクトルと応力分布の関係を用いることで、設計者自身が信頼性解析を行うことなく定量的安全裕度指標に基づく設計を行える手法を提案する事が出来た。

7.2 今後の課題

本論文で提案したモデルは、最適疲労曲線が両対数グラフ上で直線であるという限られた場合に対してしか用いることができない。一般材料に対する最適疲労曲線は直線でない場合が多いため [29]、信頼性に基づく設計法の普及のためにはさらに適用範囲の広いモデルを構築する必要がある。

また、スペクトルから応力分布を決定する過程ではいくつかの上限近似を含んでいる。そのため定量的評価が可能になったとはいえ、その評価自体が過剰である可能性は否定できない。さらなる合理化を目指す上では、ここで提案した評価自体が含む実際との乖離等に対しても検討を加えていくことが必要だと考えられる。

謝辞

本論文の執筆は、担当教員である酒井信介教授のご指導の下行われました。教授には学部4年生から計3年間に渡ってお世話になり、研究の進め方から論文の書き方、発表の仕方など実に様々な面に対して的確なご助言を頂きました。特に国際学会での発表の機会を頂いたのは、非常に貴重な経験となりました。この場を借りて御礼を申し上げます。ありがとうございました。

泉聡志准教授には研究会発表などの際に客観的な立場からの意見を頂き、研究方針を決めていく上での助けとなりました。

原祥太郎講師には主に学部4年生時代に計算機関係の設定などでお世話になりました。研究室に入りたてでまだ不慣れであった頃のいろいろな細かい質問にも気さくに対応していただき、そのお陰で研究室にスムーズになじむことができたように思います。また、お子様のご誕生おめでとうございます。田中展助教とは直接研究内容上のつながりはありませんでしたが、研究一般の事柄について学生に近い立場から実用的なアドバイスを頂き非常に参考になりました。

株式会社 IHI の高梨正祐様には、実際の設計に関する様々な情報を提供して頂いたり、議論をさせて頂くなど、本論文を執筆するに当たり多大なご支援を頂きました。また、修士一年夏に研究生として受け入れを行って頂いた際には、寮の手配から実験の仕方まで様々な面でお世話になりました。心より感謝申し上げます。

秘書の小山様と技術官である浅川様には、研究室運営上の様々な場面でお世話になりました。特に小山様には、韓国出張の手続き上の行き違いでご迷惑をお掛けして申し訳ありませんでした。

博士課程の孫さんは常に研究に熱心に取り組んでいて、研究に向かう姿勢とはどのようなものかを教えて頂きました。また、社会人博士課程の戒田さんとは研究内容が近いこともあり、勉強会などで有用な情報を提供して頂きました。

研究室で一緒だったメンバーのお陰で、研究室内ではもちろん研究に関係ない場所でも楽しい毎日が過ごせました。特に、同じ学年で過ごしてきたみんなには感謝しています。学部4年生からずっと一緒だった神谷君、緒方君、田中君、先に就職していった河原畑君、滝川君、院から一緒になった熊沢君、松本君、どうもありがとう。

田中君、君との思い出は桃鉄と秋葉原抜きには語れません。あれだけ多くの時間を費やして桃鉄に明け暮れていたのに、結局一攫千金カードでお金が手に入るところを見ることができなかったのが大きな心残りです。お互いに秋葉からは離れた所に就職だけど、日々のストレスを癒やしに暇があればまた行こう。

神谷君、研究室に入る前から知り合いだったのに、同じ研究室に飽き足らず、まさか同じ会社に行くことになるとは。どうやらこれから先も長い付き合いになりそうです。来年からもよろしく、一緒に頑張ろう。

緒方君、「緒方ゾーン」は今年も健在でしたね。これから後輩が入ってくるたびに共有HDDの名前の元ネタとして語り継がれていくと思うと胸が熱くなります。来年からは芦田愛菜ちゃんのそっくりさんとしての活躍を期待しています。

熊沢君、最後の一年は隣の席でいろいろと話し相手になってくれてありがとう。くまちゃんの色々な面に対するこだわりの強さには感心させられました。これからも王道をゆくシェア厨として日本の発展に寄与してくれることを願います。

松本君、数少ない信頼性テーマの同志としていろいろ相談に乗ってくれてありがとう。すぐくまじめそうな第一印象と違い、いたずらっ子だったのにはビックリしました。もし九州に行くことがあったら連絡するので、名所案内をよろしく願います。

河原畑君、理一のクラスから学部学科、研究室まで同じになるなんていうとんでもない腐れ縁でしたね。教養時代はほとんど絡みがなく、なんとなく怖そうな人だと思ってたけど、話してみたらいい人でした。最初から話すとけばよかった。

滝川君、卒業したのはだいぶ前なのに、会う頻度は卒業前とそれほど変わってないような気がします。君が放置していったクラレのアルパカは未だに元気にミラバケッソ！と叫んでいます。電池が切れる前に早く迎えに来てあげてください。

他の学年の皆さんも、研究室生活を盛り上げてくれてありがとうございます。修士一年のメンバーは優秀な人たちばかりで、インターネットを活用したその情報収集能力の高さには驚くばかりです。学部四年生はなかなか個性的な人が多く、研究室に新しい風を吹き込んでくれました。来年からも研究室のさらなる発展と向上のために頑張ってください。

平成 24 年 2 月 10 日

前田 惇貴

参考文献

- [1] 西谷弘信, "総合材料強度学講座 6 疲労強度学", オーム社, 1985.
- [2] Avrithi, K. and Ayyub, B. M., "A Reliability-Based Approach for Low-Cycle Fatigue Design of Class 2 and 3 Nuclear Piping", Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 132, 2010.
- [3] Rodabaugh, E. C., "Comparison of ASME Code Fatigue Evaluation Methods for Nuclear Class 1 Piping With Class 2 and 3 Piping", Paper No. NUREG/CR-3243, 1983.
- [4] 酒井信介, "機械構造物の設計維持における安全裕度", 検査技術, Vol. 13, No. 12, 2008.
- [5] American Petroleum Institute, "API 579-1/ASME FFS-1 Recommended Practice for Fitness-For-Service", Washington, D.C., 2007.
- [6] AEA Technology plc, "Partial safety factors for SINTAP procedure", the Health & Safety Executive, 2000.
- [7] 最上雄一, "確率論的安全裕度に基づく構造健全性評価", 2009.
- [8] 長谷川圭介, "動的荷重を受ける配管に対する確率論的信頼性手法の適用", 2010.
- [9] Achintya Halder and Sankaran Mahadevan, "Probability, Reliability, and Statistical Methods in Engineering Design", John Wiley & Sons, Inc., New York, 2000.
- [10] 星谷勝, 石井清, "構造物の信頼性設計", 鹿島出版会, 1986.
- [11] 岡村弘之, 板垣浩, "強度の統計的取扱い=構造強度信頼性工学", 培風館, 1979.
- [12] 日野幹雄, "スペクトル解析", 朝倉書店, 1980.
- [13] 堀川明, "ランダム変動の解析", 共立出版, 1965.
- [14] Rice, S.O., "Mathematical Analysis of Random Noise", Bell System Technical Journals, 23-24(reprinted in "Selected Papers on Noise and Stochastic Processes",

- ed. Wax, 1954). New York:Dover, 1945.
- [15] Palmgren, A., "The Service Life of Ball Bearings", *Z. Ver. Dtsch. Ing.*, Vol. 68, 14, 1924, pp.339-341.
 - [16] Miner A. M., "Cumulative Damage in Fatigue", *ASME J. Appl. Mech.*, Vol. 12, 1945, pp. 159-164.
 - [17] 八木順吉, 長田元宏, 富田康光, 浅田雅文, 橋本聖史, "ランダム荷重下での疲労挙動に関する研究(第1報)", *日本造船学会論文集*, 第152号, 1983, pp361-371.
 - [18] Markl A. R. C. and Louisville K. Y., "Fatigue Tests of Piping Components", *Trans. ASME*, Vol. 74, 1952, pp.287-303.
 - [19] 遠藤達雄, 安在弘幸, "簡明にされたレインフローアルゴリズム「P/V差法」について", *「材料」*, 第30巻, 第328号, 1971.
 - [20] Tovo R., "Cycle distribution and fatigue damage under broad-band random loading", *International Journal of Fatigue*, Vol. 24, 2002
 - [21] Sakai, S., Okajima, S., Izumi, S. and Kasahara, N., "Design Evaluation Method for Random Fatigue based on Spectrum Characteristics", *Proceedings of ASME, PVP 2009*, 2009.
 - [22] 本田圭, "不規則温度ゆらぎの波形スペクトル特徴量からの熱疲労損傷量評価手法の開発", 2007.
 - [23] 笠原直人, "構造物の周波数応答特性とその評価", *配管の高サイクル熱疲労に関する評価指針*, *日本機械学会基準*, S017, 2003, 付録2.
 - [24] Liu Y. and Mahadevan S., "Stochastic fatigue damage modeling under variable amplitude loading", *International Journal of Fatigue*, Vol. 29, 2007, pp1149-1161.
 - [25] Benasciutti D. and Tovo R., "Spectral methods for lifetime prediction under wide-band stationary random processes", *International Journal of Fatigue*, Vol. 27, 2005, pp867-877.
 - [26] Petrucci G., Di Paola M. and Zuccarello B., "On the Characterization of Dynamic Properties of Random Processes by Spectral Parameters", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 67, 2000.
 - [27] Bengtsson A. and Rychlik I., "Uncertainty in fatigue life prediction of structures subject to Gaussian loads", *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 24, 2009, pp224-235.
 - [28] Wu W., "Computer Simulation and Reliability Analysis of Fatigue Crack Propagation under Random Loading", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 45, No.5,

1993, pp697-712.

[29] 日本材料学会, "金属材料疲労設計便覧", 養賢堂, 1981.

[30] "SIMD-oriented Fast Mersenne Twister (SFMT)",
<http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/m-mat/MT/SFMT/index-jp.html>

[31] "FFTSS", <http://www.ssisc.org/fftss/index.html.ja.euc-jp>

付録 A

ランダム波形生成プログラム

本論文第 4 章で用いた, PSD からランダム波形を生成するプログラムの概要を述べる.

A.1 パワースペクトルとパワースペクトル密度

パワースペクトル密度 (PSD) は, その積分値が積分区間の周波数成分が持つパワーになるような関数として定義され, 連続的な量である. 一方, パワースペクトル (PS) はスペクトルの振幅の二乗を取った値であり, その値自体がその周波数成分の持つパワーを表している. 故に, スペクトルが離散的であれば PS も離散的となる. 本研究において入力パラメータとして設定しているのは PSD であり, 波形を生成するに当たってはまず PS への変換を行う必要が生じる.

波形生成に際し, パラメータとして生成波形長 T を与える. すると, 周波数分解能 $\Delta\omega$ はその逆数

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (\text{A.1})$$

で与えられることになる. この周波数分解能 $\Delta\omega$ 期間内では PSD が一定であると近似すると, サンプルング点 ω_s に対し, 以下の式で PSD を PS に変換できる.

$$\text{PS}(\omega_s) = \int_{\omega_s}^{\omega_s + \Delta\omega} \text{PSD}(\omega) d\omega = \text{PSD}(\omega_s) \cdot \Delta\omega = \text{PSD}(\omega_s) \cdot \frac{2\pi}{T} \quad (\text{A.2})$$

A.2 離散複素スペクトルの生成

パワースペクトルは振幅の二乗値であり, 位相情報が含まれていない. そのため, 逆フーリエ変換を用いて波形生成をするにあたっては, 適当な位相情報を与えた複素離散ス

ペクトルへの変換が必要となる．このとき，PSD に合致したランダム波形を生成するという目的のため，変換後の波形は実部のみに値をもつデータにしなければならないことに注意しなければならない．実部のみに値をもつ，総データ数が N のデータをフーリエ変換すると，図 A.1 のように $\frac{N}{2} + 1$ 個目のデータを中心に実部は線対称，虚部は点对称の複素離散スペクトルが得られることが分かっている．逆に，実部のみの波形を作るためにはそのようなスペクトルを与えなければならないことになる． $[0, 2\pi]$ の区間で発生させた，ランダム位相に相当する一様乱数を θ としたとき，そのような複素離散スペクトル X_n は以下のように生成できる．

$n = 0, 1, \dots, \frac{N}{2}$ に対して

$$\operatorname{Re}(X_n) = \operatorname{Re}(X_{N-n}) = \sqrt{\operatorname{PS}(\omega_n)} \cos \theta = \sqrt{\frac{G(\frac{2\pi n}{T})}{2} \cdot \frac{2\pi}{T}} \cos \theta \quad (\text{A.3})$$

$$\operatorname{Im}(X_n) = -\operatorname{Im}(X_{N-n}) = \sqrt{\operatorname{PS}(\omega_n)} \sin \theta = \sqrt{\frac{G(\frac{2\pi n}{T})}{2} \cdot \frac{2\pi}{T}} \sin \theta \quad (\text{A.4})$$

なお， $G(\omega)$ は片側パワースペクトル密度である．

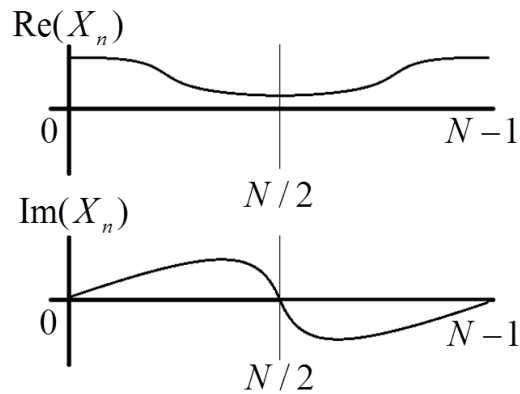


Fig. A.1 Discrete complex spectrum calculated from real data

A.3 波形生成

まとめると，波形生成アルゴリズムは以下のようになる．

1. 応力パワースペクトル $G(\omega)$ を設定する．
2. 波形生成時間 T およびデータ数 N を指定する．
3. 式 (A.3) と式 (A.4) を用いて，複素離散スペクトル X_n を作成する．
4. X_n を逆フーリエ変換する．
5. 虚部が 0 のデータが得られ，実部が PSD に対応したランダム波形となる．

なお，本研究では乱数生成アルゴリズムとして SIMD-oriented Fast Mersenne Twister (SFMT)[30] を用い，逆フーリエ変換には高速フーリエ変換ライブラリ FFTSS[31] を使用している．

付録 B

配管熱疲労に対する周波数応答関数

笠原ら [23] による配管壁熱応答に対する周波数応答関数の，具体形について記す．導出過程については参考文献 [23] を参照．

B.1 記号について

式中で用いる記号は以下のようにになっている．

Bi : ビオ数

j : 虚数単位

L : 板厚

R_m : 膜応力拘束効率係数

R_b : 曲げ応力拘束効率係数

κ : 構造材の熱拡散率

$\omega^* = L\sqrt{\frac{\omega}{2\kappa}}$: 無次元角速度

$x^* = \frac{x}{L}$: 無次元深さ

B.2 具体形

$$F(Bi, \omega) = \frac{Bi(Bi + \omega^*)}{(Bi + \omega^*)^2 + \omega^{*2}} - j \frac{Bi\omega^*}{(Bi + \omega^*)^2 + \omega^{*2}}$$

$$B(\omega, x^*) = \frac{1}{\cos^2 \omega^* \cosh^2 \omega^* + \sin^2 \omega^* \sinh^2 \omega^*} [\cos \omega^* \cosh \omega^* \cos(\omega^*(1-x^*)) \cosh(\omega^*(1-x^*)) \\ + \sin \omega^* \sinh \omega^* \sin(\omega^*(1-x^*)) \sinh(\omega^*(1-x^*))]$$

$$C(\omega, x^*) = \frac{1}{\cos^2 \omega^* \cosh^2 \omega^* + \sin^2 \omega^* \sinh^2 \omega^*} [\cos \omega^* \cosh \omega^* \sin(\omega^*(1-x^*)) \sinh(\omega^*(1-x^*)) \\ - \sin \omega^* \sinh \omega^* \cos(\omega^*(1-x^*)) \cosh(\omega^*(1-x^*))]$$

$$B_m(\omega) = \frac{1}{2\omega^*} \left[\frac{\sin \omega^* \cos \omega^* + \sinh \omega^* \cosh \omega^*}{\cos^2 \omega^* \cosh^2 \omega^* + \sin^2 \omega^* \sinh^2 \omega^*} \right]$$

$$C_m(\omega) = \frac{1}{2\omega^*} \left[\frac{\sin \omega^* \cos \omega^* - \sinh \omega^* \cosh \omega^*}{\cos^2 \omega^* \cosh^2 \omega^* + \sin^2 \omega^* \sinh^2 \omega^*} \right]$$

$$B_b(\omega) = \frac{3}{2\omega^*} \left[\frac{\sinh \omega^* \cosh \omega^* + \sin \omega^* \cos \omega^* - \frac{2 \sinh \omega^* \sin \omega^*}{\omega^*}}{\cos^2 \omega^* \cosh^2 \omega^* + \sin^2 \omega^* \sinh^2 \omega^*} \right]$$

$$C_b(\omega) = \frac{3}{2\omega^*} \frac{1}{\cos^2 \omega^* \cosh^2 \omega^* + \sin^2 \omega^* \sinh^2 \omega^*} \left[-\sinh \omega^* \cosh \omega^* + \sin \omega^* \cos \omega^* \right. \\ \left. - \frac{2}{\omega^*} (\cos^2 \omega^* \cosh^2 \omega^* + \sin^2 \omega^* \sinh^2 \omega^* - \cosh \omega^* \cos \omega^*) \right]$$

以上の式を用いて，

$$S_1(x^*, \omega, R_m, R_b) = (1 - R_m)B_m(\omega) + (1 - R_b)(1 - 2x^*)B_b(\omega) - B(x^*, \omega) \quad (\text{B.1})$$

$$S_2(x^*, \omega, R_m, R_b) = (1 - R_m)C_m(\omega) + (1 - R_b)(1 - 2x^*)C_b(\omega) - C(x^*, \omega) \quad (\text{B.2})$$

となり，最終的に周波数応答関数 $H_2(\omega)$ が下のように計算できる．

$$H_2(x^*, BI, \omega, R_m, R_b) = F(Bi, \omega) \{S_1(x^*, \omega, R_m, R_b) + jS_2(x^*, \omega, R_m, R_b)\} \quad (\text{B.3})$$

以上

修士論文

p. 1 ~ p. 102 完

平成 24 年 2 月 10 日提出

106237 前田惇貴